

# 授業 第1回(テキストの第1章に対応)

## 材料力学とはどういう科目か

- 材料力学では、荷重が機械に作用した場合に、機械の構成部材(構造要素)に発生する**変形や強度を調べ、壊れないかどうかを判定します**。

材料力学は機械設計をする場合に、工業力学と並んで重要な科目です。機械系の学科ではこの2つは最も主要な科目です。よく理解し、使いこなせるようにしてください。

### (1)剛体と変形体

剛体とは外力が作用しても全く変形しない物体のことで、厳密には存在しません。

(物理や工業力学では、運動状態を調べるときに、運動の本質を調べるために物体の変形は考慮せず、物体は剛体という仮定で考えます。)

実際の物体は変形するので(変形体)、荷重によって壊れないように材質や寸法などを決める必要があります。大まかに言って、このような方法を学ぶのが“材料力学”です。

材料力学では、**物体は弾性体として扱い**、変形量や応力から強度設計をします。



## (2) 弾性変形と塑性変形

変形には2種類あります。外力が作用した場合に、外力を取り除くと元の状態に戻る変形を**弾性変形**、もとに戻らず変形が残る場合を**塑性変形**といいます。

コイルばねに荷重を与えて変形させる場合を考えてみると、両方の状態がわかりやすいと思います。限度を超えた荷重を与えるとコイルばねには塑性変形が発生します。

機械は残留変形があってはいけない部分(例えば、動作に関係する部分)と、多少変形してもよい部分(例えば、構造体、支持部など)があります。建物や構造物などは多少変形が残っても壊れなければよいので、弾性変形の範囲という制約は通常考えません。

弾性変形の範囲でなければならないか、塑性変形しても壊れなければよいかは強度計算の判定条件として使い分けます。

物体に荷重を加え、その荷重を大きくしてゆくと、  
**弾性変形→塑性変形→破壊** という過程を通ります。

金属材料はかなり弾性変形をします。このような材料を**延性材料**といいます。

一方塑性変形がほとんどない材料もあります。たとえばセラミクス、コンクリートなど。  
このような材料は弾性域を超えると破壊が生じます。これらを**脆性材料**といいます。



### (3) 力と力のモーメント (物理学の復習)

力には力と力のモーメントがあります。

力のモーメントは、力(F)×うでの長さ(d) (即ち $F \cdot d$ )で、回転変形やねじり変形を発生させます。(運動学では回転運動を発生させます)

2次元問題(XY平面)では、力は $F_x$ ,  $F_y$ の2つ、力のモーメントは $M_z$ (簡単のためMと書きます)の計3つです。

- X方向の力の釣り合い
- Y方向の力の釣り合い
- モーメントの釣り合い(中心はどの点にとってもよいので、計算が楽な点をとるとよい)

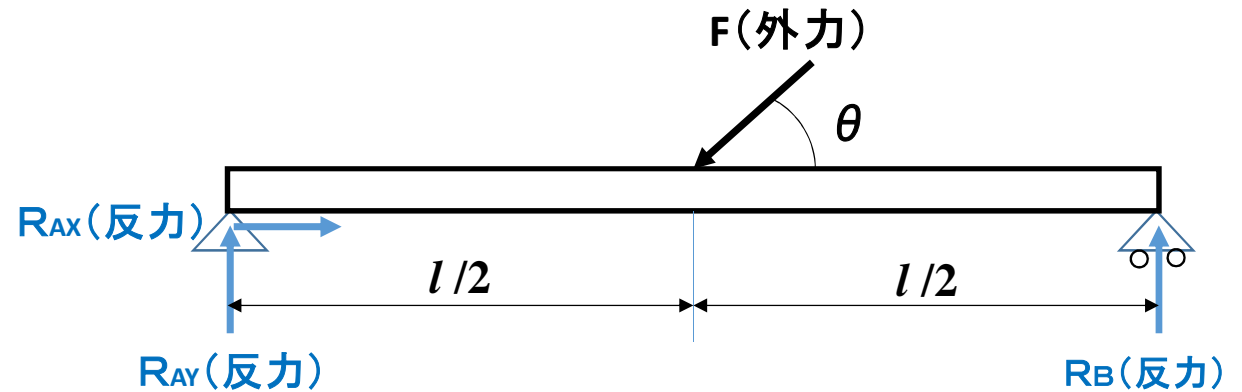
の3つの式から、 $F_x$ ,  $F_y$ , Mを求めることができます。(未知数3つに対して、式が3つなので、解が求められる、静定(せいてい)という)

材料力学ではこの3つの式を立てることが解析の出発点です。

(注)単位:力:[N], 力のモーメント:[N・m] (SI単位を用いること)

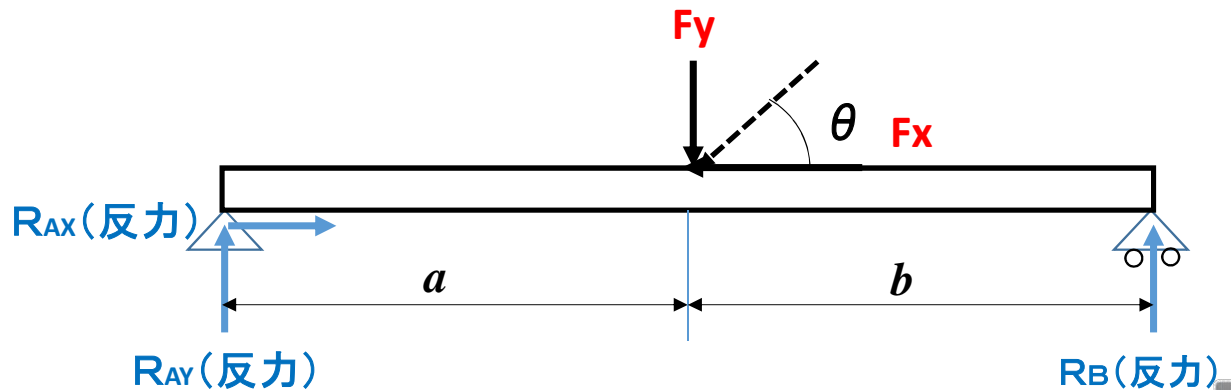


〈例題〉 以下のように棒が両端で支持され、中央に外力が作用している。支点反力 $R_{Ax}$ ,  $R_{Ay}$ ,  $R_B$ を求めなさい。



〈解答〉 X方向, Y方向の力の釣合いおよび力のモーメントの釣合いの式をたてる。

- ①外力 $F$ をX方向, Y方向に分解する: $F_x, F_y$
- ②X方向の力の釣合いの式をたてる.  
 $R_{Ax} - F_x = 0$ , 但し,  $F_x = -F \cos \theta$
- ③Y方向の力の釣合いの式をたてる.  
 $R_{Ay} + R_B - F_y = 0$ , 但し  $F_y = -F \sin \theta$
- ④力のモーメントの釣合い式をたてる.  
中心はどこにとってもよいので,  
計算を簡単にするためB点にとる.  
 $R_{Ay} \times (a+b) - F_y \times b = 0$
- ⑤ ②~④を連立して解く。



## 単位

- 力: 記号F, 単位[N]  $[N] = [kg] \times [m/s^2]$   
重力は, 質量 $m[kg]$  × 重力加速度 $g$   $9.8[m/s^2]$   
( $1\text{kgf} = 1[kg] \times 9.8[m/s^2] = 9.8 [N]$ , 但し,  $\text{kgf}$ はSI単位ではないので使わないこと)
- 力のモーメント: 力(F) × うでの長さ(d) (即ち $F \cdot d$ ) 単位  $[N] \times [m] = [Nm]$
- 応力, 圧力 = 力 / 面積, 単位  $[N] / [m^2] = [N/m^2]$   
この単位は  $[Pa]$ (パスカルと読む)とも書かれる  $[Pa] = [N/m^2]$
- 仕事 = 力 × 距離, 単位  $[N] \times [m] = [Nm]$   
この単位は通常  $[J]$ (ジュール)を使う  $[J] = [Nm]$   
仕事率: 単位時間あたりの仕事  $[Nm/s] = [J/s]$   
この単位は通常  $[W]$ (ワット)を使う  $[W] = [J/s] (= [Nm/s])$
- 10の累乗を表す記号  $k$ (キロ): $10^3$ ,  $M$ (メガ): $10^6$ ,  $G$ (ギガ): $10^9$   
eg.  $1 \text{ kN} = 1 \times 10^3 \text{ N}$ ,  $1 \text{ MPa} = 1 \times 10^6 \text{ Pa}$ ,  $1 \text{ GPa} = 1 \times 10^9 \text{ Pa}$



## <補足>

- **材料力学は物理学の基礎による力の釣合いで計算ができるようになっています。**

そのため簡単に計算できるわけですが、理由は**変形状態を幾何学的に近似していることが関係しています。**

厳密に解く場合は力の釣合いに関する微分方程式をたてます(次のスライドを参照)。

しかし、方程式が複雑な場合は解を求めることができない、高度な数学的知識が必要となるなどの問題があります。微分方程式から厳密に解く方法は「弾性学」という科目で扱います。

- 材料力学で求まる解の精度はどのくらいでしょうか。近似を使っているためにあまり高くないのでしょうか？

**実はかなり高く実用上問題ないレベルです(多くの場合)。**

その理由は、変形の近似が実際の変形に近いからです(近似と言っても精度が高い)。

**計算が容易にでき、解の精度もかなり高いので、材料力学は設計において非常に実用的です。**

皆さんが社会に出て設計をする場合は、

まず対象を単純なモデルに置き換え、材料力学を使って変形や強度の概要を把握してください。

また材料力学のテキストは社会に出てからも設計の時に必要になるので、とっておいてください。

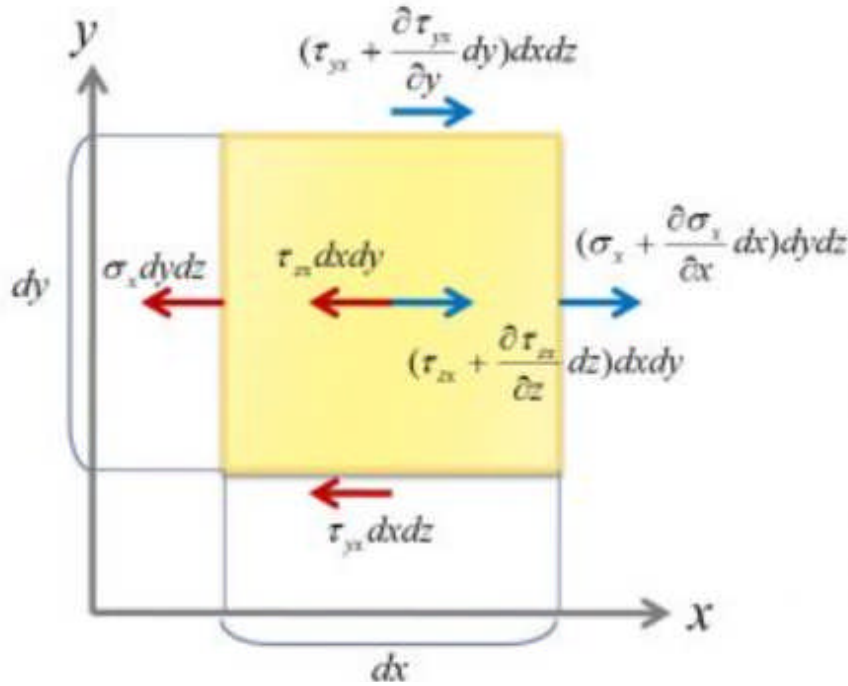


(参考)  
 弾性学における  
 力の釣合い(左)および  
 力のモーメントの釣合い  
 (右)の式

厳密な釣合いの式(微分方程式)をたてて解く。

計算が数学的に高度で、  
 実用的でない場合もあります。

解が得られれば厳密解  
 ですが、求められない  
 場合もあります。

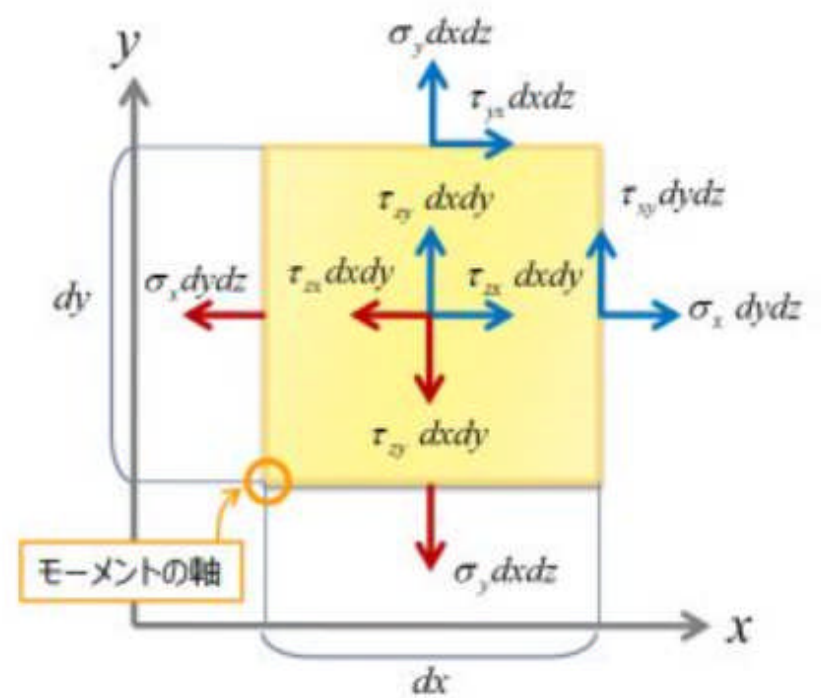


$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + F_x = 0 \quad (2) \text{ x方向の力の釣り合い式}$$

y方向, z方向についても同様に以下の数式が導かれます。

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + F_y = 0 \quad (3) \text{ y方向の力の釣り合い式}$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + F_z = 0 \quad (4) \text{ z方向の力の釣り合い式}$$



$$\tau_{xy} = \tau_{yx} \quad (5) \text{ z軸回りのモーメントの釣り合い式}$$

x軸回り, y軸回りについても同様に以下の数式が導かれます。

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} \quad (6) \text{ x軸回りのモーメントの釣り合い式}$$

$$\tau_{zx} = \tau_{xz} \quad (7) \text{ y軸回りのモーメントの釣り合い式}$$



## <理解度確認用> 前のスライドを見ずに口頭で教えてください

(1) 以下の用語の意味を説明してください。

剛体, 変形体

(変形体の変形は大別して2通りあります) 弾性変形, 塑性変形

(材料力学では, 物体は変形体と考えます. 変形量や変形によって壊れないかどうかの判定を行います)

(2) 力と力のモーメントを説明してください。

力のモーメントは物体にどのような作用をしますか？

また単位は何ですか？

(3) 外力を受けて静止している物体は, 力および力のモーメントがつりあっています. 2次元(平面)では, どのような式をたてますか？

(未知数である力および力のモーメントが3つ以内であれば, 力の釣りの式3つから未知数を求めることができます. このような状態を静定(せいでい)と言います.)

(注) 外力を受けて静止している構造物は,

構造物全体においても, 個々の部材においても力および力のモーメントがつりあっています.

未知なる力や力のモーメントを求める場合は, 釣りの式を立てる対象を何にするかをまず考えてください. 即ち構造物全体とするか, 個々の部材とするか, あるいは複数の部材とするか.

反力は外力を受けた物体が支持点に生ずる力で, 外力の一部です.

**”反力は構造物全体で釣りの式を立てる”**ことは忘れないでください.

