

## 授業(第3回:テキスト第2章に対応)

テキスト第2章では、  
部材に外力が作用したときに変形量や応力を求めることがポイントです。

応力, ひずみ, 応力とひずみの関係を前回学んでいるので, まず復習します。  
必ず覚えてほしい重要な式は以下です。

- $\sigma = E \cdot \varepsilon$

この式は, 垂直応力, 垂直ひずみの定義により以下の様に書きなおすことができる。

- $F/A = E \cdot \Delta L/L_0$

この式から変形量  $\Delta L$  は以下のように求められます。

$$\Delta L = F \cdot L_0 / (A \cdot E)$$



<問題のタイプ> 大別して以下の3パターンです.

- ①荷重が作用したときに部材に生ずる変形量を求める.
- ②荷重が作用したときに部材に生ずるひずみから荷重または応力を求める.
- ③荷重が作用したときに生ずるひずみからヤング率を求める.  
またヤング率(材料定数)から材料は何かを予測する.

<問題1-1> (タイプ①, 中実の丸棒)

直径 $d=10\text{mm}$ , 長さ $l=300\text{mm}$ の円柱に引張荷重 $P=6\text{kN}$ が作用したときの円柱の(長さ方向の)伸びを求めなさい. なお, ヤング率を $210\text{GPa}$ とする.

この場合に棒の断面には垂直応力が発生する. この値を求めなさい. 単位[MPa]

また円柱の直径は減少する. ポアソン比を $0.3$ として直径の減少量を求めなさい.

<問題1-2> (タイプ①, 中空の丸棒) レポート

内径 $2\text{cm}$ , 外径 $3\text{cm}$ , 長さ $l=300\text{mm}$ の中空鋼管に引張荷重 $P=6\text{kN}$ を作用させたときの鋼管の伸びを求めなさい. なお, ヤング率を $210\text{GPa}$ とする.

またこの場合の垂直応力を求めなさい. 単位[MPa]

(注) 中実か中空かで断面積が変化します. 中空の場合は, 中央がない断面積の値を使用します.



<問題1-3> (タイプ①, 段付きの丸棒) レポート

下図のような直径の異なる2本の棒を直列につないだ棒がある.

棒の下端に引張荷重 $P=6\text{kN}$ を作用させたときの, 棒全体の伸びをもとめなさい.

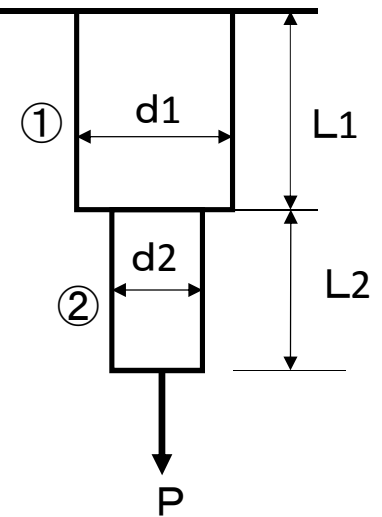
棒の径, 長さ, ヤング率は

①が $d_1=3\text{cm}$ ,  $L_1=20\text{cm}$ ,  $E_1=210\text{GPa}$ ,

②が $d_2=1\text{cm}$ ,  $L_2=10\text{cm}$ ,  $E_2=180\text{GPa}$ とする.

(注) 部材①と②に作用する内力を考えてください.

力の釣合いから①, ②どちらも $P$ に等しいことがわかります.



<問題2-1> (タイプ②, 中実の角棒)

1辺の長さが2cmの正方形断面の銅の棒が, 0.001 (0.1%)の垂直ひずみを生じている.  
この棒の引張応力および引張荷重を求めなさい.

なお, 銅のヤング率を120GPaとする.

<問題2-2> (タイプ②, 中空の丸棒) レポート

内径2cm, 外径2.5cm, 長さ1mの丸棒が, 引張荷重を受けて0.1mmの伸びを生じている.  
この棒の引張荷重および引張応力を求めなさい.

なお, 棒のヤング率を210GPaとする.

(注) 応力とひずみの関係を使います.



<問題3-1> (タイプ③, 中実の角棒)

1辺が2cmの正方形断面の棒が引張荷重6kNによって、0.001 (0.1%)の垂直ひずみを生じている。  
この棒のヤング率を求めなさい。

<問題3-2> (タイプ③, 中空の丸棒) レポート

内径2cm, 外径2.5cm, 長さ1mの丸棒が, 引張荷重6kNを受けて0.25mmの伸びを生じている。  
この棒のヤング率を求めなさい。

またこの棒の材料は何と考えられるか。(ヤング率から推測)

(注) 応力とひずみの関係を使います。



## 引張試験

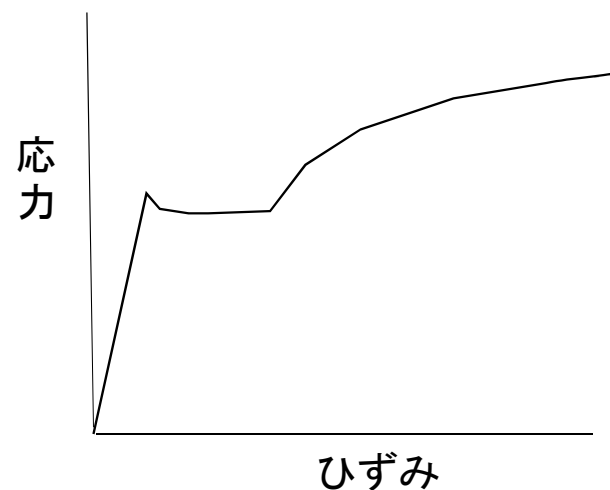
- 引張試験は、材料のヤング率、弾性限度、引張強さなど材料の機械的な強度を求めるために行われます。

1年生の工作実習で行った引張試験を思い出してください。金属材料(鋼)の応力-ひずみ線図を求めました！

(復習)

問1 以下は応力-ひずみ線図(金属の場合)のどこにあたるのか教えてください。

- (1)弾性域および塑性域
- (2)ヤング率
- (3)降伏点(弾性限度)
- (4)引張強さ



(補足)機械設計でよく使われる軟鋼(SS400:機械構造用炭素鋼)では,

降伏点は引張強さの約60%, 降伏点におけるひずみは約0.1%. 引張強度におけるひずみは20~30%.

問2 延性材料, 脆性材料とは何ですか(第1回授業スライド参照)

また右図において, 材料A,Bは, どちらが延性材料で, どちらが脆性材料ですか?

(解答)

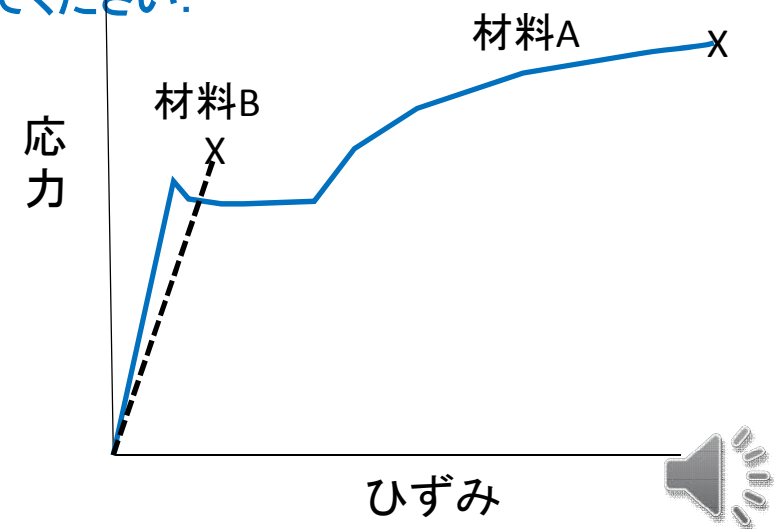
金属材料は応力-ひずみ線図における塑性域が大きいことに留意してください.

このように大きな塑性変形を生ずる材料を延性材料といいます.

金属は延性材料(但し, 鋳鉄は脆性材料)

鋳鉄, セラミクス, ガラス, コンクリートなどは脆性材料

(注)なぜ鋳鉄は金属なのに脆性材料なのでしょうか?(1年「材料学」参照)



# 安全率

- 安全率とは

$$\text{許容応力} = \text{基準強さ} / \text{安全率}$$

設計で強度の判定に用いる基準を基準強さという。具体的には、壊れなければよいという場合は引張強さ、弾性変形の範囲でなければならないという場合は降伏点となる。

引張強さ、降伏点などの値は材料によって決まり、材料試験(引張試験など、前のスライド参照)によって求められる。

注意すべき点は、実際には材料には加工におけるばらつきがあり、また材料の使用環境(振動、衝撃力などを受ける、腐食されやすい環境でつかわれるなど)によっても変化を受ける。

そのため材料試験で得られた基準強さをそのまま設計において許容応力として用いるのではなく、安全率で割った値を許容応力として使用する(上記の式の意図はこれである)。

- 安全率は1以上の値である。

したがって安全率を2とするならば、許容応力は基準強さの1/2となる。言い換えれば、もし基準強さを引張応力とするならば、設計で許容する応力は引張強さの1/2となる。(安全率の決め方についてはテキスト(表2. 2(p25)を参照のこと)





## 安全率に関する例題(テキストp24)

問 直径10mmの軟鋼の棒は, 最大いくらの荷重をかけることができるか.  
軟鋼の引張強さを400 MPa, 安全率を4とする.

---

(解答)

安全率の定義により, 許容応力は  $400 \times 10^6 / 4$  (安全率)  $= 1 \times 10^8$  [Pa]

荷重をP, 断面積をAとすると,

荷重によって発生する応力は,  $\sigma = P/A \leq 1 \times 10^8$  [Pa] (許容応力)

$$A = \pi d^2 / 4 = 3.14 \times (10 \times 10^{-3})^2 / 4 = 7.85 \times 10^{-5} \text{ [m}^2\text{]}$$

$$\text{したがって, } P_{\max} = 1 \times 10^8 \text{ (許容応力)} \times 7.85 \times 10^{-5} \text{ (断面積A)} = 7.85 \text{ [kN]}$$

(注) 単位にも注意して下さい. 応力の単位はPa (=N/m<sup>2</sup>)なので, 長さの単位はmとする.



## <今回の授業のまとめ>

(1)以下の問題は確実に解けるようにしてください。

- ①荷重が作用したときに部材に生ずる変形量を求める。
- ②荷重が作用したときに部材に生ずるひずみから荷重または応力を求める。
- ③荷重が作用したときに生ずるひずみからヤング率を求める。

覚える式は以下の2式(これだけで大抵の問題は解けます!)

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

$$\Rightarrow F/A = E \cdot \Delta L/L_0$$

(これは上の式を応力, ひずみの定義に従って書き直したものです)

(2)応力-ひずみ線図で覚えることから(右図参照)

**延性材料, 脆性材料**とは何か.

またこれらの材料の例も挙げなさい

(3)**安全率**とは何か.

