材料力学Ⅰ（第8回，6/12）（テキスト第5章）

モーターなどの回転動力源から動力を伝える回転軸を**伝動軸**という．

ここでは，伝動軸に生ずるせん断力やねじれ角を計算する．また動力を伝えるために必要な軸の直径を計算する．以上の計算では，第4章で学んだ計算式を使用する．

＜ポイント＞

動力源が発生する回転させるためのモーメントをトルクという．

（注）一般に，回転運動させるためのモーメントをトルクといい，ねじり変形させるための外力をねじりモーメントという．

動力源においては，トルクではなく，

動力と回転数が与えられる場合が一般的である．

したがって，第4章の式を適用するにあたり，

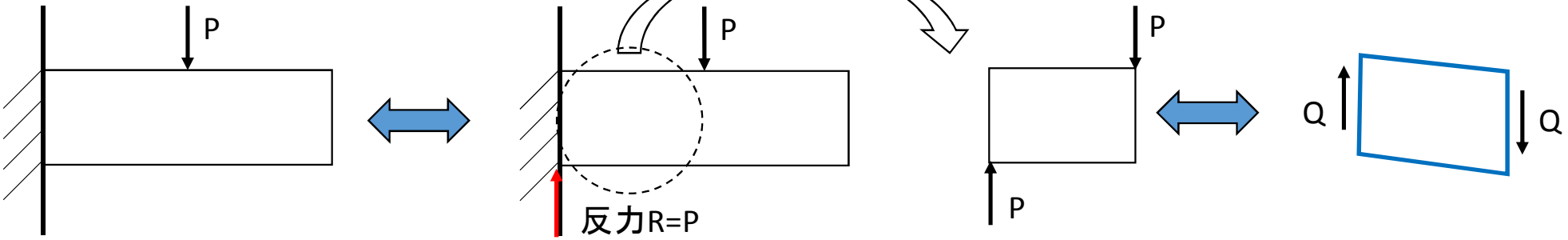
動力と回転数からトルク（ねじりモーメント）を求める必要がある．

第4章の各式の“ねじりモーメント”には，求めたトルクを代入する．（注意点はこれのみ）

（復習1） せん断力，せん断応力

- **せん断力**：断面をずらすような軸に垂直方向に作用する力をいう．

  例　カッターやハサミで断面を切断するような力，刃物で輪切りをするような力



せん断荷重の作用
（軸と垂直方向の力Fy）

物体に作用する力
（反力も含む）

物体に微小領域に作用する力（左）と
せん断力による変形（右）
（注）断面に作用する内力はQで表示する（Q=P）

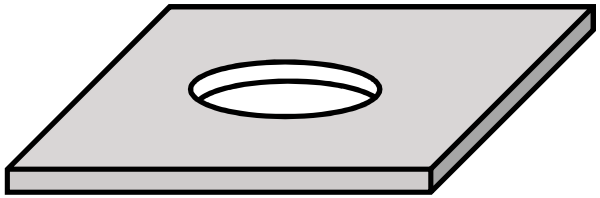
- 断面積をAとすると，断面に作用する応力はQの方向で，

  $\tau = Q/A$

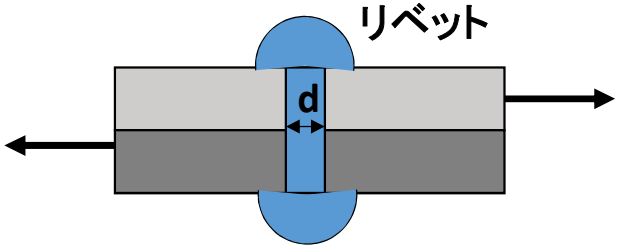
  これを**せん断応力**という（記号：τ(タウ)）

（復習2）いろいろな”せん断”の形態

- 例1，例1’　これは前回やりました．
  例1の打ち抜きに必要な力は，
  板のせん断強さ×円周側面の面積



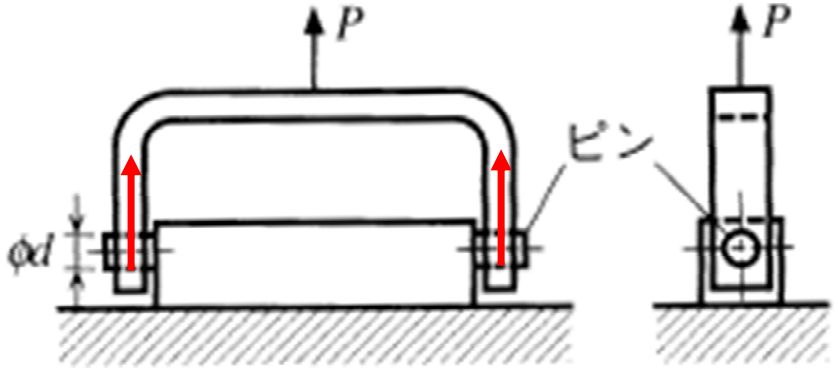
例1　プレスで板を打ち抜く



例1’　リベットで引張力を受ける2枚の板を締結する

- **例2**　荷重Pにより，各ピンにはP/2のせん断荷重が作用します．
  ピンの直径が与えられているので，
  断面積で割ってせん断応力が計算できます．

  横弾性係数Gが与えられれば，せん断ひずみが求められます．

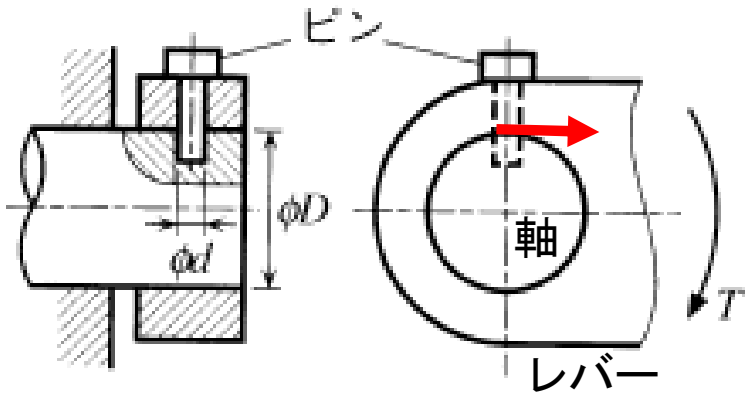


例2　ピンで取付けた取っ手を持ち上げる

例3　ピンには，
図の矢印のせん断力が作用する．

その値Qは，
　　モーメント：Q×D/2　＝T

これより，せん断応力，せん断ひずみも求められる．



例3　回転レバーをピンで軸に取り付ける

例4　例3と同様に，キーには
図の矢印のせん断力が作用する．

せん断力Q
　　Q×d/2　＝T（軸が発生するトルク）
　　（dは軸径）

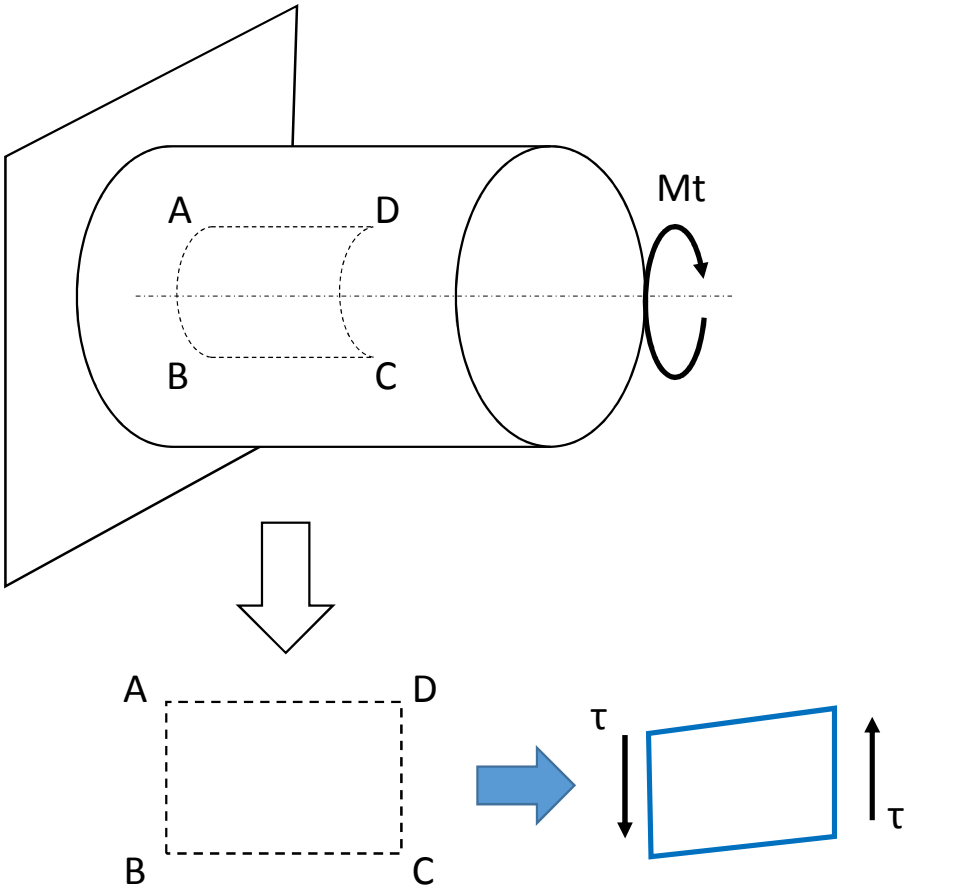
せん断応力 τ ＝(T/(d/2) /A
　　（A：キーの面積＝幅×長さ）

軸に取付けられるプーリー

例4　軸と回転体を連結するキー

（復習3）

ねじりによってもせん断変形は生ずる



（注）図では示していませんが，
共役せん断応力も発生します．

ねじりモーメントMtによって円筒はねじれる．
このときの変形を外周において考えると，

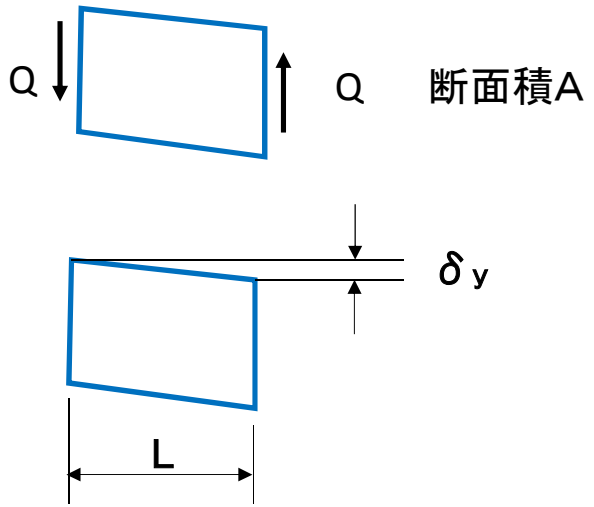
微小領域ABCDの長方形は，
下図（右）のようにひし形に変形する．
（消しゴムなどで試してみてください）

即ち，せん断変形が生ずる．
円周面の微小領域では図のようにせん断応力が生ずる．

※せん断変形は（せん断力だけでなく），
ねじりモーメントによっても生ずる
ことを理解してください．

実際に機械の動力源はモーターなどの回転型であり，伝動軸によって動力が伝達されるので回転軸のせん断強度は重要である．
以降では，ねじりモーメントによって生ずるせん断応力やねじれ角を調べます．

（復習） せん断応力，ひずみの性質　（テキストp48～49）



- せん断応力　$\tau = Q/A$
- せん断ひずみ　$\gamma = \delta y / L$
- 横弾性係数：G（せん断応力とせん断ひずみの比例定数）

$$\tau = G\gamma$$

- 曲げモーメントとねじれ角の関係　（テキストp52）

$$Mt = G \cdot \theta \cdot Ip$$

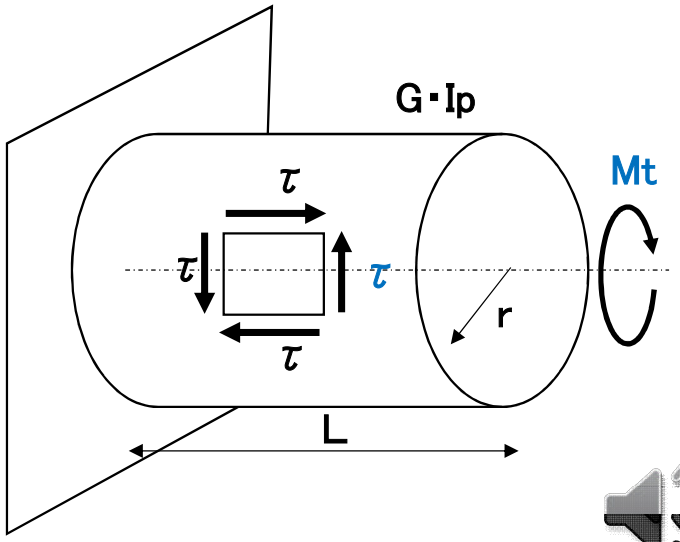
G：横弾性係数，Ip：断面2次極モーメント

- 曲げモーメントによって生ずるねじれ角

$$\psi = L \cdot Mt / (G \cdot Ip)$$

- 曲げモーメントによって生ずるせん断応力

$$\tau = \frac{Mt}{Ip} \times r$$



（復習）

①ねじりによって生ずるせん断応力，ねじれ角を計算する.

②与えられた円管に付加できる最大トルクを計算する.

③付加するトルクに耐えられるように円管の径を決める.

ねじりモーメントMtによって生ずるねじれ角ψ，せん断応力τ

- 曲げモーメントとねじれ角の関係

  $Mt = G \cdot \theta \cdot Ip$　　（4.11）

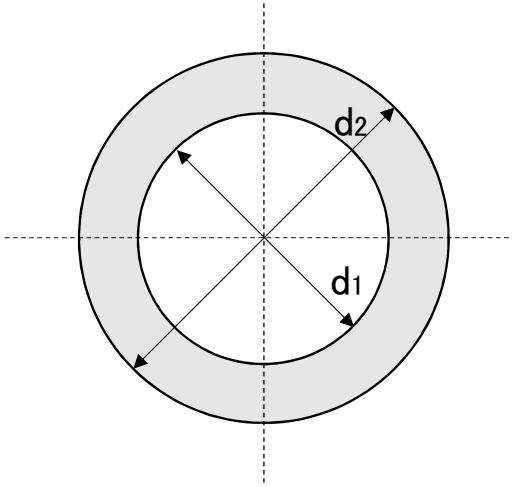
- 曲げモーメントによって生ずるねじれ角

  $\psi = L \cdot Mt/(G \cdot Ip)$　　（4.14）

- 曲げモーメントによって生ずるせん断応力

  $\tau = \frac{Mt}{Ip} \times r$　　（4.15）

- **断面2次極モーメント（中実丸棒）：$Ip = \pi d^4/32$**



（注）中空の場合のIpは，
中空部のIpを引く

（テキストp59）　**5.1　伝導軸　（本日の内容はここから）**

（1）　動力からトルク（ねじりモーメント）を求める方法.

動力とは，単位時間当たりの仕事である.
仕事は，力×距離である. したがって，動力＝（力×距離）/時間
即ち，H（動力）＝F×d/s＝F×v　（単位：N･m/s）

トルク（T）は回転させるための力を表し，力×腕の長さ（回転半径）（単位：Nm）
即ち，T＝F×r　（単位：N･m）

回転運動では，v＝rω　（ω：角速度）であるから，
H＝F×v＝F･rω　＝T･ω
即ち，　T＝H/ω　（Nm）　①

ωは通常，1分間の回転数(n)で与えられる（回転機器は通常これで回転数を表す.
単位は　rpm (revolution per minute)
したがって，$\omega = 2\pi n/60$　（rad/s）　②

動力と回転数からトルクを求めるための式は以上の①と②である.

＜例題5.4＞（テキストp61） 動力と回転数からトルクを求め，それからねじれ角と最大せん断応力を求める問題．

以下は実用的な問題でよく出るので理解してください．（注）に書かれている点がポイントです．

直径60 mmの中実丸棒に，図のようにプーリーが3つ取り付けられている．Aから100 PSの動力を入れ，Bから60 PS，Cから40 PS取り出すとき．軸AB間と軸BC間に生ずるねじれ角と最大せん断応力を求めなさい．軸の回転数は500 rpm，横弾性係数Gを82 GPaとする．

（注）軸AB間に作用する動力は100PS，BC間に作用する動力は40PS，動力と回転数からトルクを求める．単位　1 PS=375 W．

［解］ AB 間の動力は 100 PS である．その最大せん断応力 $\tau_{\max,AB}$ は，例題 5.1 の解答の式 (a) より

$$\tau_{\max,AB} = 3.577 \times 10^7 \times \frac{100}{500 \times 60^3}\ \text{MPa} = 33.12\ \text{MPa}$$

であり，ねじれ角 ψ_{AB} は例題 5.1 の解答の式 (b) より

$$\psi_{AB} = 7.154 \times 10^7 \times \frac{100 \times 2}{82 \times 500 \times 60^4}\ \text{rad} = 0.027\ \text{rad} = 1.543^\circ$$

である．また，BC 間の動力は 40 PS である．その最大せん断応力 $\tau_{\max,BC}$ は，

$$\tau_{\max,BC} = 3.577 \times 10^7 \times \frac{40}{500 \times 60^3}\ \text{MPa} = 13.25\ \text{MPa}$$

であり，ねじれ角 ψ_{BC} は

$$\psi_{BC} = 7.154 \times 10^7 \times \frac{40 \times 4}{82 \times 500 \times 60^4}\ \text{rad} = 0.022\ \text{rad} = 1.234^\circ$$

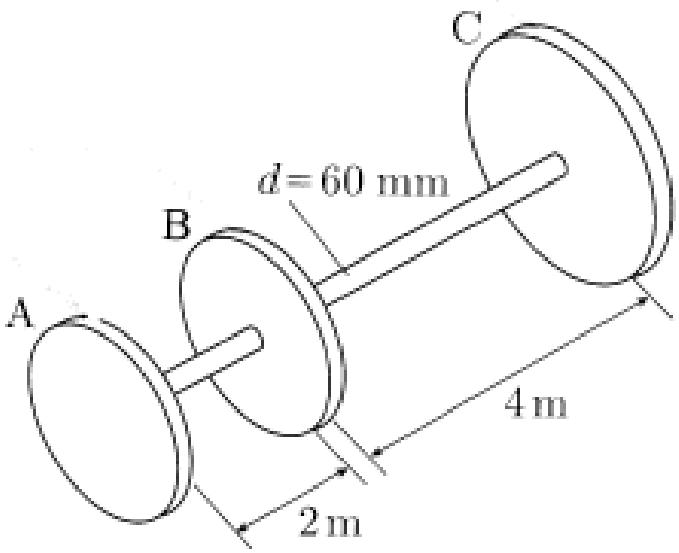


図 5.2

（理解度確認用問題）

付加するトルクに耐えられるように円管の径を決める.

問1-1　毎分120回転して，1.5×10^5 [W]の動力を伝達するものとする．この場合必要な軸径（中実）を求めなさい．但し，許容ねじり応力を75 MPaとする.

問1-2 問3-1において，軸を中空とする．内径を20 mmとするとき，必要な外径を求めなさい.

（注）上記の2問は今回（第8回）のレポートです（最後のスライドに記載）

（復習1）ねじりによって生ずるせん断応力，ねじれ角を計算する．

これは前回やりました．

断面２次極モーメントIp

ねじり剛性G･Ip

は覚えて下さい．

[例題 4.3]

直径 30 mm の円形断面をもつ中実軸に，500 N·m のねじりモーメントが作用している．このとき，次の問いに答えよ．

(1) 断面二次極モーメントを求めよ．

(2) 極断面係数を求めよ．

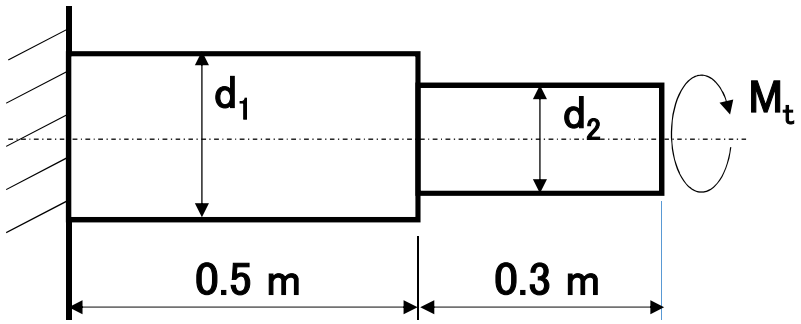
(3) 軸に生じる最大せん断応力を求めよ．

問2-1　外径30mm，内径20mmの中空円管に500　Nmのねじりモーメントを作用させるとき，

軸に生ずる最大せん断応力を求めなさい．

棒の長さを0.5 mとする．棒の全長におけるねじれ角を求めなさい．

問2-2　図のような段付きの丸棒がある．d_1＝30 mm，d_2＝20 mm，棒の先端に加えられる最大ねじりモーメントMtを500 Nmとするとき，棒の全長におけるねじれ角を求めなさい．但し，各部の長さは図中の値とする．



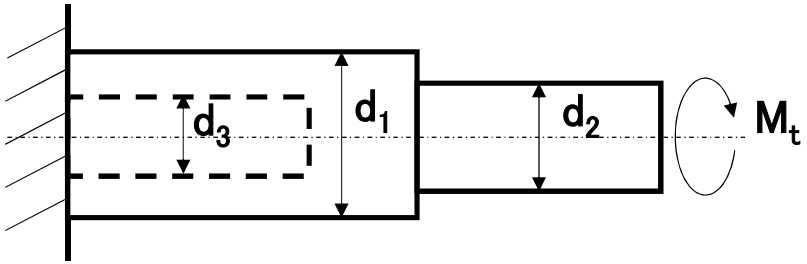
（復習2）与えられた円管に付加できる最大ねじりモーメントを計算する.

問3-1　外径34 mmの鋼管(中実)に加えられる最大ねじりモーメントを求めなさい.

　但し，許容せん断応力を24.5 MPaとする.

問3-2　外径34 mm，肉厚3.2 mmの鋼管(中空)に加えられる最大ねじりモーメントを求めなさい．但し，許容せん断応力を24.5 MPaとする.

問3-3　図のような段付きの丸棒がある．d_1=30 mm，d_2=20 mm，d_3=15 mmとするとき，この棒の先端に加えられる最大ねじりモーメントMtを求めなさい．但し，許容せん断応力を24.5 MPaとする.



問3-4　長さ1.5 mの中実丸棒が3000 Nmのトルクを伝達するものとする．軸に生ずるねじれ角を1.5°　以下，生ずる最大せん断応力を80 MPa以下とするための軸径の最小値を求めなさい．横弾性係数(G)を80 MPaとする.

（注）ねじれ角の条件を満たすための軸径および最大せん断応力の条件を満たすための軸径を求め，大きい方の値を採る.