

第2回 (テキスト第2章に対応)

<概要>

この章の目的:「引張荷重による応力, ひずみ, 変形量を求める」

<応力の求め方の手順> 以下の①~④. 順に以降のスライドで説明します.

①部材に作用するすべての外力を求める.

反力(支持点に生ずる力)も外力である. 力および力のモーメントの釣合いから反力を求める.

②内力を求める

内力とは外力によって部材内部に生ずる抵抗力である.

求めたい断面において仮想的に物体を切断し, 切断した物体についての力の釣合いから内力を求める.

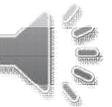
③応力を求める

応力は, 単位面積あたりに働く内力である. (この値が許容値を超えると物体は破断する)

④ひずみおよび変形量を求める.

求めた応力からひずみや変形量を求める.

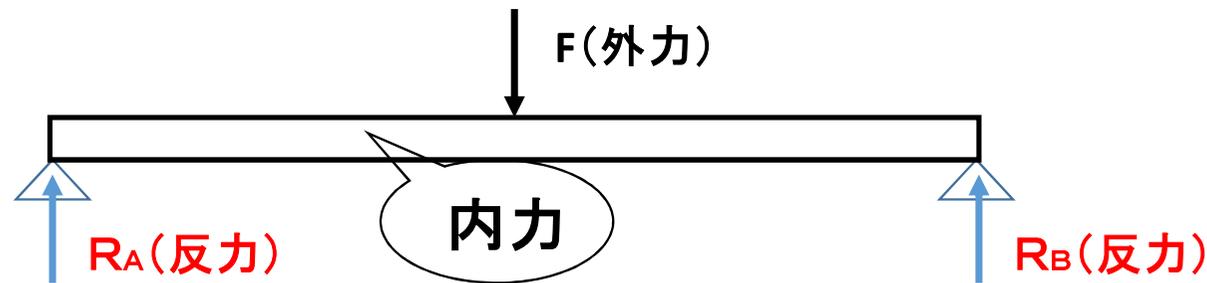
ここでは, 応力とひずみの関係を使う. 応力とひずみは比例し, 比例定数をヤング率という.



(1) 反力

外力によって、物体の支持点には反力が生じます。なお反力は外力の一種です。

外力(反力も含む)によって部材の中には抵抗力が生じます。この力を内力といいます。



- 問題を解くためには、外力を全て求めることが必要です。反力も物体に作用している外力の一つです。

そのため、“まず反力を求める”必要があります。

- 物体は静止しているので、外力と反力は釣り合っていないけません。したがって反力は、力の釣り合いやモーメントの釣り合いから計算します。

反力を求める場合“物体全体において釣り合いの式を立てます”

繰り返しますが、反力は、“物体全体において”という点に注意してください。



(2) **内力** (この言葉と概念は今回の授業の重要ポイントです。)

内力とは、**外力を受けた物体が内部に発生する抵抗力**です。

前の図において、外力を受けた物体は下に撓むことは容易に想像できると思いますが、壊れないのは物体の内部に抵抗力が生ずるためです。

手で水の入ったバケツを持った時に、腕に内力が作用していることを実感できると思います。この内力は外力が大きくなれば大きくなりますが、限界があります。

内力から応力を求めることができ、この応力が限界値に達したときに物体は破壊します。

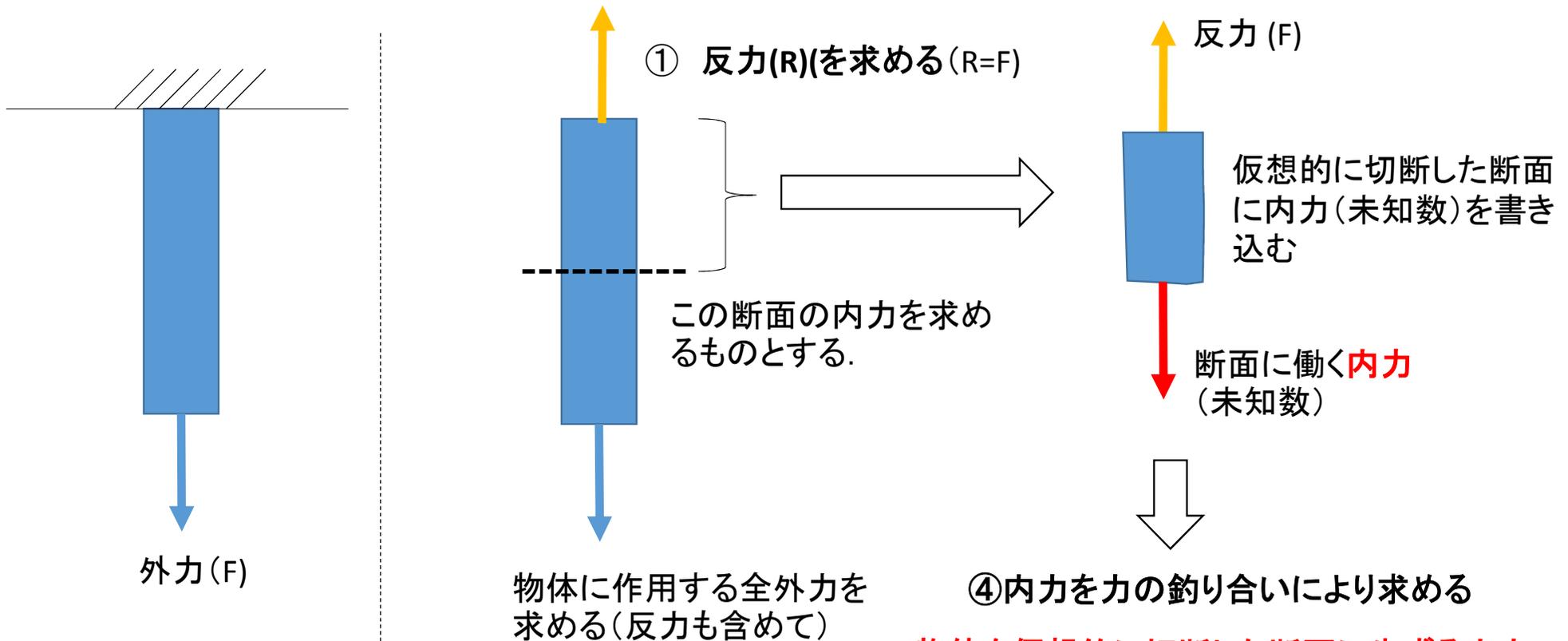
<内力はどう求めるか>

- ①物体に作用する力をすべて求める(反力も含む)
- ②求めようとする内力の位置で、物体を仮想的に切断する(この考え方がポイント)。
- ③切断した一方の物体について、すべての外力と内力(これは未知数)を書き込む。
- ④力および力のモーメントの釣り合いの式から未知数である内力を計算する。



<内力の求め方:例>

棒を引っ張ったときに、棒の内力を求める方法。



物体を仮想的に切断した断面に生ずる内力は、切断した物体における力の釣り合いおよび力のモーメントの釣り合いから求められる。



(3) 応力

a) 材料の内部に生ずる内力を断面積で割った値を応力という.

単位面積あたりの力であるので, 圧力と同じ単位である: $[N/m^2]$

応力が材料が壊れるときの応力以上となると破壊する.

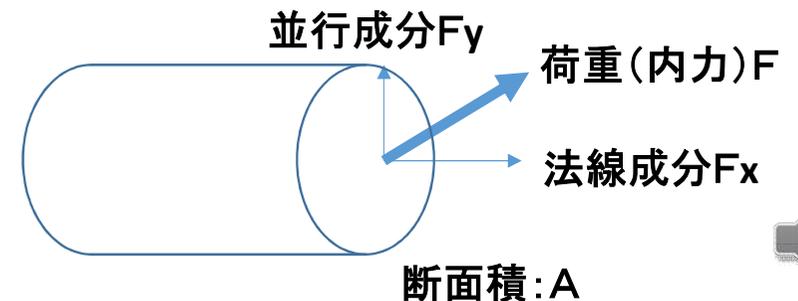
(1年生の工作実習の引張試験を思い出してください. 材料が壊れるかどうかの判断は, 応力の値で行う. (荷重が大きくても, 断面積が大きければ壊れないし, 荷重が小さくても断面積が小さければ壊れる. 壊れる/壊れないは荷重の大きさではなく, 応力に依存する)

b) 垂直応力とせん断応力

断面に作用する内力を, ベクトルの的に面に垂直な成分と並行な成分に分けて,

垂直な成分を断面積で割った値を**垂直応力**(記号: σ , $\sigma = F_x/A$),

並行な成分を断面積で割った値を**せん断応力**(記号: τ , $\tau = F_y/A$) という.



(4) 垂直ひずみ

a) 垂直ひずみとは

長さ L_0 の棒がある。軸方向に荷重をかけた場合に長さが L となったとすると、伸びは $L-L_0$ 。これをもとの長さ L で割った値を垂直ひずみまたは縦ひずみ(記号: ε)と定義する。

$$\text{垂直(または縦)ひずみ: } \varepsilon = (L-L_0)/L_0 = \Delta L/L_0 \quad (\text{覚える!})$$

(注) ひずみは、長さ/長さ なので無次元量 (単位はない)

(5) 応力(σ)とひずみ(ε)の関係

垂直応力(σ)と垂直ひずみ(ε)には比例関係があり、比例定数をE(ヤング率)という。

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (\text{覚える!})$$

- ヤング率は、引張試験において求まる応力ひずみ線図の弾性域での傾きに対応する。
- ヤング率は材料固有の値である。このような値を材料定数という。
- ヤング率の単位は $[N/m^2]$ (この単位は $[Pa]$ とも書き、パスカルと読む)。応力と同じ単位($E = \sigma / \varepsilon$ で ε は無次元量)

代表的な材料のヤング率も覚えること。 軟鋼:210 [GPa], アルミニウム:70 [GPa], プラスチック:1~3 [GPa]

(注) Gはギガと読み、 10^9 を表す。例えば 210 [GPa] は 210×10^9 [Pa]。



応力とひずみの関係 $\sigma = E \cdot \varepsilon$

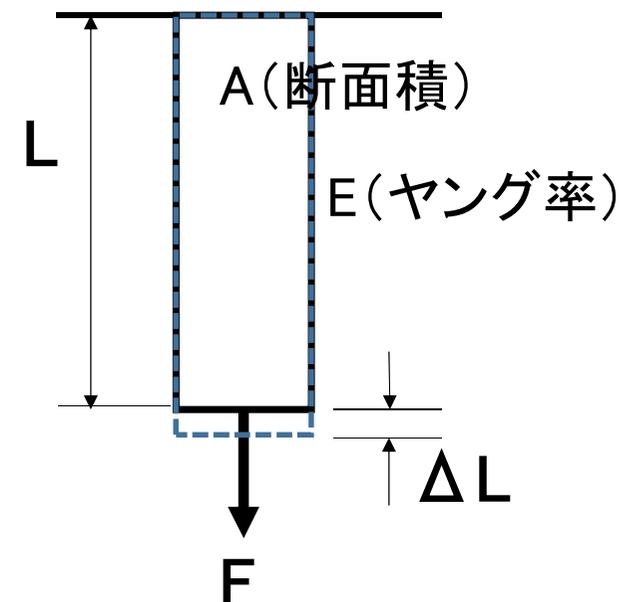
引張または圧縮荷重の場合、
この式は、垂直応力、垂直ひずみの定義により
以下の様に表すことができる。

$$\frac{F}{A} = E \cdot \frac{\Delta L}{L_0} \quad (\text{重要！})$$

(応力) (ひずみ)

したがって、荷重Fによる棒の変形量 ΔL は、

$$\Delta L = \frac{F \cdot L_0}{A \cdot E}$$

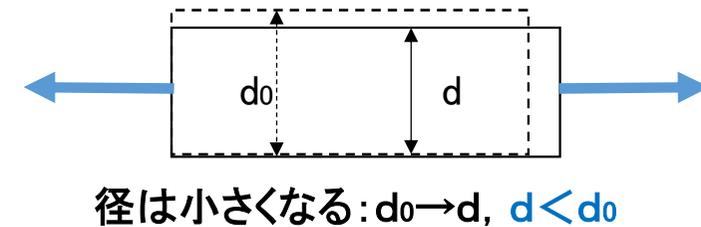


(6) 横ひずみとポアソン比

棒を軸方向に荷重を与えて引張った時に、軸方向には伸びますが、直径方向には小さくなります。(下図で、元の径 d_0 は d になりますが、 $d < d_0$)

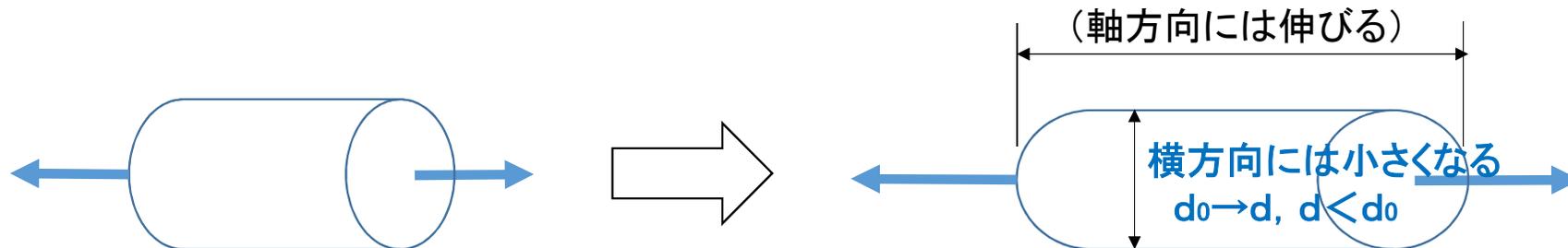
このとき、 $\varepsilon' = (d - d_0) / d (< 0)$ を横ひずみと定義します。
横ひずみ ε' と縦ひずみ ε の比をポアソン比といいます。

$$\text{ポアソン比 } \nu = | \varepsilon' | / \varepsilon$$



(注)横ひずみの絶対値を取っている理由は、ポアソン比を正の値とするためです。

ポアソン比もヤング率と同様に材料固有の値(材料定数)です。金属では約0.3, プラスチックは約0.4, ゴムでは0.4~0.5です。なおポアソン比は0.5を超えることはありません。



引張荷重によって部材に生ずる伸び, ひずみ, 応力を求められるようになってください。
以下に代表的な問題を示します。

<例題>

直径 $d=3$ cm, 長さ $l=1$ mの軟鋼の真っすぐな棒がある。軸方向に $P=60$ kNの引張荷重を受けたときいかを求めなさい。軟鋼のヤング率を 210 GPa, ポアソン比 $\nu=0.3$ とする。

- (1) 軸線に直角な断面に生ずる垂直応力
- (2) 棒の伸び
- (3) 棒の直径の縮み
- (4) 軸線に 45° の角度である断面における垂直応力

<解答>

(1) $A = \pi \times (3 \times 10^{-2})^2 / 4 = 7.07 \times 10^{-4} \text{ [m}^2\text{]}$ (SI単位とするため単位はmを使う)

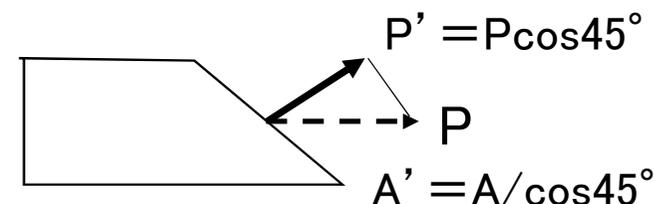
$$\sigma = P/A = 60 \times 10^3 / 7.07 \times 10^{-4} = 8.49 \times 10^7 \text{ [N/m}^2\text{]} = 84.9 \text{ [MPa]}$$

(2) $\Delta L = (P \cdot L) / (A \cdot E) = (60 \times 10^3 \times 1) / (7.07 \times 10^{-4} \times 210 \times 10^9) = 4.04 \times 10^{-4} \text{ [m]}$ (0.40 mm)

(3) $\varepsilon' = \nu \varepsilon = 0.3 \times (4.04 \times 10^{-4} / 1) = 1.21 \times 10^{-4}$

直径の縮みは, $\varepsilon' \times d = 1.21 \times 10^{-4} \times 0.03 = 3.63 \times 10^{-6} \text{ [m]}$ (0.0036 mm)

(4) $\sigma' = P' / A' = (P \cos 45^\circ) / (A / \cos 45^\circ)$
 $= 4.24 \times 10^7 \text{ [N/m}^2\text{]}$ (42.4 [MPa])



＜今回の授業のまとめ＞ 理解度を確認するため、以下について口頭で教えてください。

(1) 反力とはなにか？

反力は外力によって支持点に生ずる力。物体にとっては反力も外力である。

(反力は、物体全体を1つの剛体と考えて、全外力の釣合いおよびモーメントの釣合いから求める)

(2) 静定とはどういう状態か？

(3) 内力とはなにか？

内力は外力を受けている物体が、部材内部で生ずる抵抗力である。

内力の求め方: 求めようとする内力の位置の断面で物体を仮想的に切断し、切断した一方の物体について、力および力のモーメントの釣合いから求める。

(注) 物体は静止しているのだから、物体のどの部分においても力やモーメントは釣合っていないなければならない。
仮想的に切断し、切断面の内力を釣合いから求めるのはこの考え方による。

(4) 垂直応力, せん断応力とはなにか？ 単位はなにか？

垂直ひずみとはなにか？

(5) ヤング率とはなにか？

(なぜ材料に固有の値(材料定数)かも考えてみる(材料学の知識が必要))

