材料力学Ｉ（第6回，5/29）（テキスト第１～3章まとめ＋第4章）

テキスト第3章までは、引張（圧縮）に関する問題を解きました。
ここまでの内容は，基礎となる重要な部分なので，復習します．

力と力のモーメント **（物理学の復習）**（テキストp4～p5）
力には力と力のモーメントがあります。
力のモーメントは、力(F)×うでの長さ(d)（即ちF・d）で、回転変形やねじり変形を発生させます。
（運動学では回転運動を発生させます）

2次元問題（XY平面）では、力はFx, Fyの2つ、力のモーメントはMz（簡単のためMと書きます）の計3つです。

- X方向の力の釣り合い
- Y方向の力の釣り合い
- モーメントの釣り合い（中心はどの点にとってもよいので、計算が楽な点にとるとよい）

の3つの式から、Fx, Fy, Mを求めることができます。
（材料力学ではこの3つの式を立てることが解析の出発点です）

未知数が3つの場合、未知数の数＝式の数　となるので解が求められる.　このような問題を静定という.

＜単位＞ （テキストp5）

- 力：記号F，単位[N]　[N] = [kg]×[m/s^2]

  重力は，質量m[kg]×重力加速度g 9.8[m/s^2]

  （1kgf = 1[kg]×9.8[m/s^2] = 9.8 [N]，但し，kgfはSI単位ではないので使わないこと）
- 力のモーメント：力(F)×うでの長さ(d)（即ちF・d）　単位　[N]×[m] = [Nm]

- 応力，圧力＝力 / 面積，　単位 [N] / [m^2] = [N/m^2]

  この単位は [Pa](パスカルと読む)とも書かれる　[Pa] = [N/m^2]
- 仕事 = 力×距離，単位 [N] ×[m] = [Nm]

  この単位は通常[J]（ジュール）を使う　[J] = [Nm]

  仕事率：単位時間あたりの仕事　[Nm/s] = [J/s]

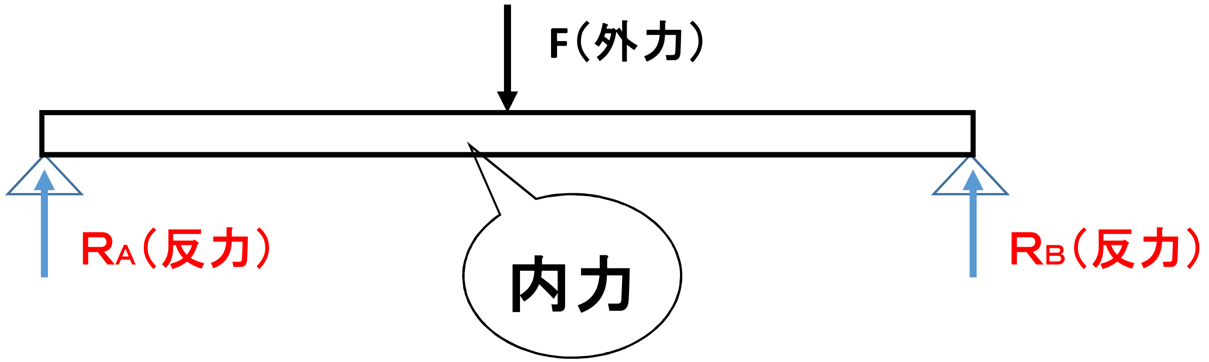
  この単位は通常[W]（ワット）を使う　[W] = [J/s] (= [Nm/s])

- 10の累乗を表す記号　k（キロ）:10^3，M（メガ）:10^6, G（ギガ）:10^9

  eg. 1 kN = 1×10^3 N, 1 MPa = 1×10^6 Pa, 1 GPa = 1×10^9 Pa

（1）反力　（テキストp10）

外力によって、物体の支持点には反力が生じます。反力は外力の一種です。
外力（反力も含む）によって部材の中には抵抗力が生じます．この力を内力といいます．



- 問題を解くためには、外力を全て求めることが必要です。
  そのため，“不明な反力があれば，まず反力を求める”必要があります．
- 物体は静止しているので、外力と反力は釣り合っていなければなりません。したがって反力は，力の釣り合いやモーメントの釣り合いから計算します．
  反力を求める場合“物体全体において釣合いの式を立てる”

（2）内力 （テキストp10）

内力とは、**外力を受けた物体が内部に発生する抵抗力です。内力から応力を求めます.**

＜内力はどう求めるか＞

①物体に作用する力をすべて求める（反力も含む）

②求めようとする内力の位置で、物体を仮想的に切断する（この考え方がポイント）。

③切断した一方の物体について、すべての外力と内力（これは未知数）を書き込む。

④力および力のモーメントの釣り合いの式から未知数である内力を計算する。

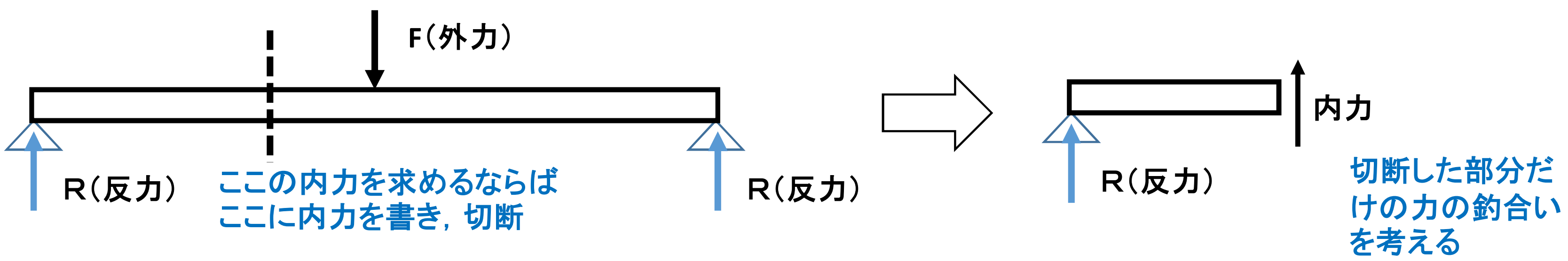
もう一度言うと,

内力は物体を求めようとする断面で切断してください.

切断した断面には内力が作用しています.

切断した一方の物体についての力の釣合いを考えます.

この釣合い式には，外力と内力が存在しているので，これから内力が求められます.



＜応力，ひずみの求め方の手順＞

（テキストp10）

①部材に作用するすべての外力を求める.

反力（支持点に生ずる力）も外力である．力および力のモーメントの釣合いから反力を求める.

②内力を求める

内力とは外力によって部材内部に生ずる抵抗力である.

求めたい断面において**仮想的に物体を切断し，切断した物体についての力の釣合いから内力を求める.**

③応力を求める

応力は，単位面積あたりに働く内力である.（この値が許容値を超えると物体は破断する）

④ひずみおよび変形量を求める.

求めた応力からひずみや変形量を求める.

応力とひずみの関係を使う．応力とひずみは比例し，比例定数をヤング率という.

(3) 応力　（テキストp11～p12）

a) 材料の内部に生ずる内力を断面積で割った値を応力という.

単位面積あたりの力であるので，圧力と同じ単位である：[N/m^2]

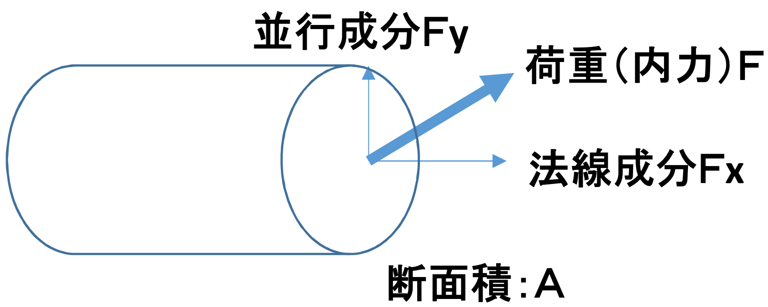
応力が材料が壊れるときの応力以上となると破壊する.

b) 垂直応力とせん断応力

断面に作用する内力を，ベクトル的に面に垂直な成分と並行な成分に分けて，

垂直な成分を断面積で割った値を垂直応力（記号：σ，σ＝Fx/A),　①

並行な成分を断面積で割った値をせん断応力(記号:τ，τ＝Fy/A) という.



（4）垂直ひずみ （テキストp14）

a) 垂直ひずみとは

長さL_0の棒がある．軸方向に荷重をかけた場合に長さがLとなったとすると，伸びは
$L-L_0$ これをもとの長さLで割った値を垂直ひずみまたは縦ひずみ（記号：ε）と定義する．

垂直（または縦）ひずみ： $\varepsilon = (L-L_0)/L_0 = \Delta L/L_0$ ②

（注） ひずみは，長さ/長さ なので無次元量 （単位はない）

（5）応力（σ）とひずみ（ε）の関係

垂直応力（σ）と垂直ひずみ（ε）には比例関係があり，比例定数をE（ヤング率）という．

$\sigma = E \cdot \varepsilon$ ③

- ヤング率は，引張試験において求まる応力ひずみ線図の弾性域での傾きに対応する．
- ヤング率は材料固有の値である．このような値を材料定数という．
- ヤング率の単位は[N/m^2] （この単位は[Pa] とも書き，パスカルと読む）．応力と同じ単位（$E = \sigma/\varepsilon$ でε は無次元量）

  代表的な材料のヤング率も覚えること． 軟鋼：210 [GPa], アルミニウム：70 [GPa], プラスチック：1～3 [GPa]

  （注） Gはギガと読み，10^9を表す．例えば 210 [GPa] は210×10 [Pa].

(6)変位(変形量)を求める　(テキストp17)

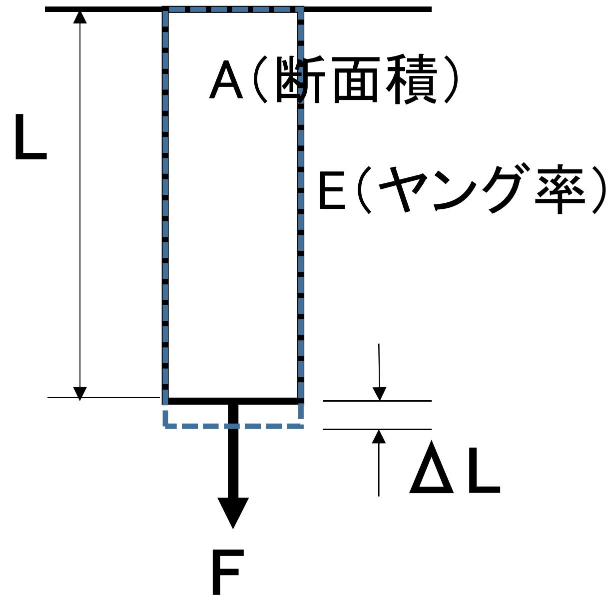
$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

この式は，垂直応力，垂直ひずみの定義から，

$$\underbrace{F/A}_{(応力)} = E \cdot \underbrace{\Delta L/L}_{(ひずみ)} \qquad ④$$

したがって，荷重Fによる棒の変形量ΔLは，

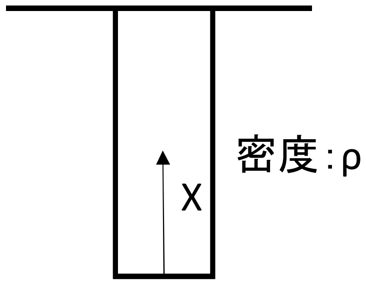
$$\Delta L = F \cdot L/(A \cdot E)$$



まとめ　<主な問題と関係する式>

- 荷重と断面積が与えられて，応力を求める．　式①
- 応力からひずみをもとめる．　式③
- ひずみから変形(伸び)をもとめる．　式④
- 伸びまたは変形が与えられて，荷重を求める　式④
- 荷重と伸びが与えられて，ヤング率，材料を求める　式④

- （6a）＜発展＞外力や形状が長さ方向に変化する場合　（テキストp28～p30）
- ε＝ΔL/L　からΔL＝εLとなるが，これはΔLが位置よらず一様に伸びる場合.
- もしも伸びδが位置Xによって変化する場合は，
- 　微小長さdxについての伸びをdδとして，dδ＝ε dx　を使う.
- 　（荷重はXによって変化するので，伸びもXによって異なる）



伸びが一様でない場合

- この式から，ひずみは　ε＝dδ/dx＝ σ/E （σ＝E・ε から）
- 　＝（F（x）/A）/E （σ＝F/A　から）＝F(x)/AE
- したがって，dδ＝F（x）/AE dx　となり，棒の長さがLならばその伸びはこれを0～Lまで積分した値.
- 即ち，
- $\delta = \int_0^L d\delta\, dx = \int_0^L (F(x)/AE)\, dx = (1/AE)\int_0^L F(x)\, dx$
- 　（注）もしもFが一定ならば，δ＝FL/AE　となる.
- 断面積AがXによって異なる場合はAはXの関数であるから，$\delta = (1/E)\int_0^L F(x)/A(x)\, dx$　となる.

(6b)不静定問題 （テキストp30～p32）

未知数の数＞式の数　となっている状態なので

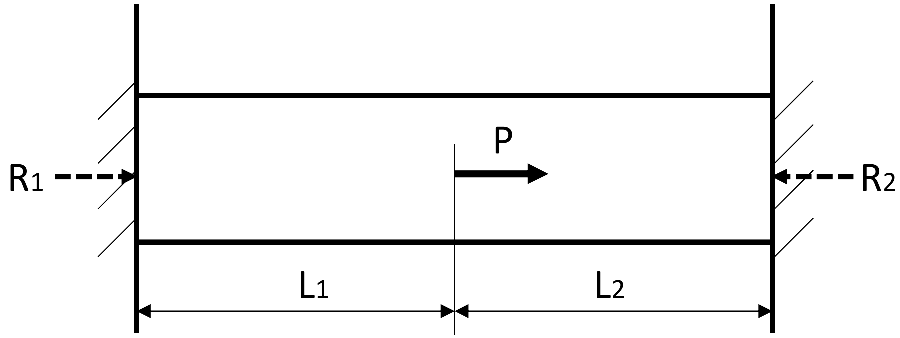
未知数の数　＝　式の数　となるように式を増やす.

”変位の条件“　を表す式を立てて式を追加する！

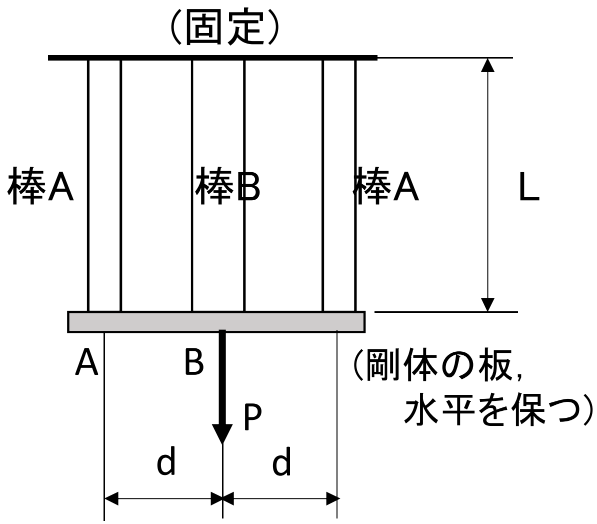
(注)変位の条件は，問題によってケースバイケースである.

問題を見て，変位はどのような関係になっていなければならないかを考えること.

以下の問題は代表的なので，解けるようにしてください.



反力R_1，R_2を求める



- 各棒の軸力を求める
- B点の変位を求める

(7) 熱膨張と熱応力　（テキストp32～p34）

- 熱ひずみ　$\varepsilon_T = \alpha \cdot \Delta T$
- 伸び　$\varepsilon_T L = \alpha \cdot \Delta T \cdot L$
- 熱応力　$\sigma = -E \cdot \alpha \Delta T$

（注）温度差がマイナスならば，両端固定の棒には引張応力が生ずる．

$$\sigma = E \cdot \alpha \Delta T$$

外力も作用していれば，**熱応力＋外力による応力**　となる．

重ね合わせの原理を使い，

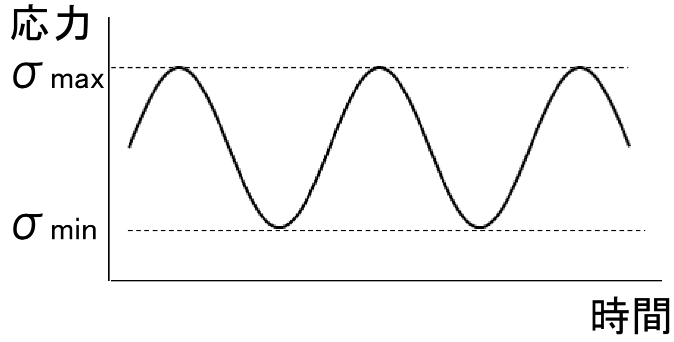
それぞれが単独に作用した場合の値を求め，和を取ること．

(8) 疲労　（テキストp41～p42）

小さな応力でも繰り返し作用するといつか壊れます．

この応力が繰り返し作用するとある回数で破壊するという現象を疲労という．

（針金を繰り返し曲げる場合などにも見られる）



- 応力振幅 ：$(\sigma max-\sigma min)/2$

- S-N線図（S: Stress, N: Number）

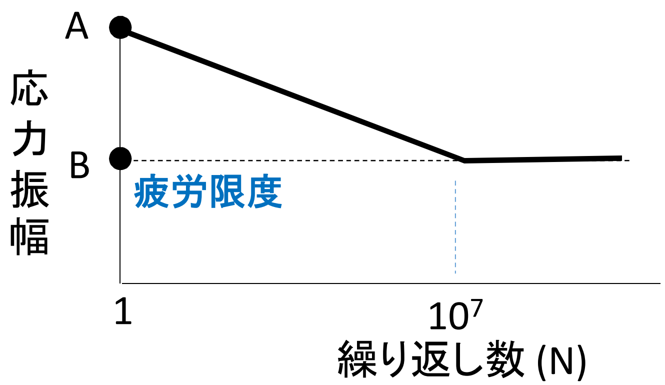
縦軸に応力振幅，横軸にその応力振幅で壊れるまでの繰り返し数を表したもの．

鋼の場合，右のような関係が得られる．

Bの値を疲労限度という．（注）Aは引張強度）

疲労限度以下の応力ならば，何回繰り返しても壊れないと考えてよい．

（繰り返し応力が作用する場合は，許容応力は疲労限度とする）



S-N線図

(9) 応力集中 （テキストp39～40）

- 局所的に応力が大きくなることを応力集中という.

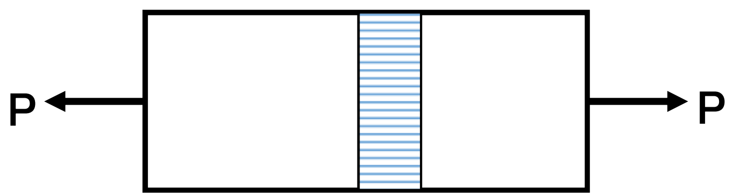
  下図左のような場合には応力集中は発生せず，下図右のような場合には応力集中が発生する.

  具体的には，穴が開いている板，段付きの棒，周囲に切欠きが存在する板や棒などである.

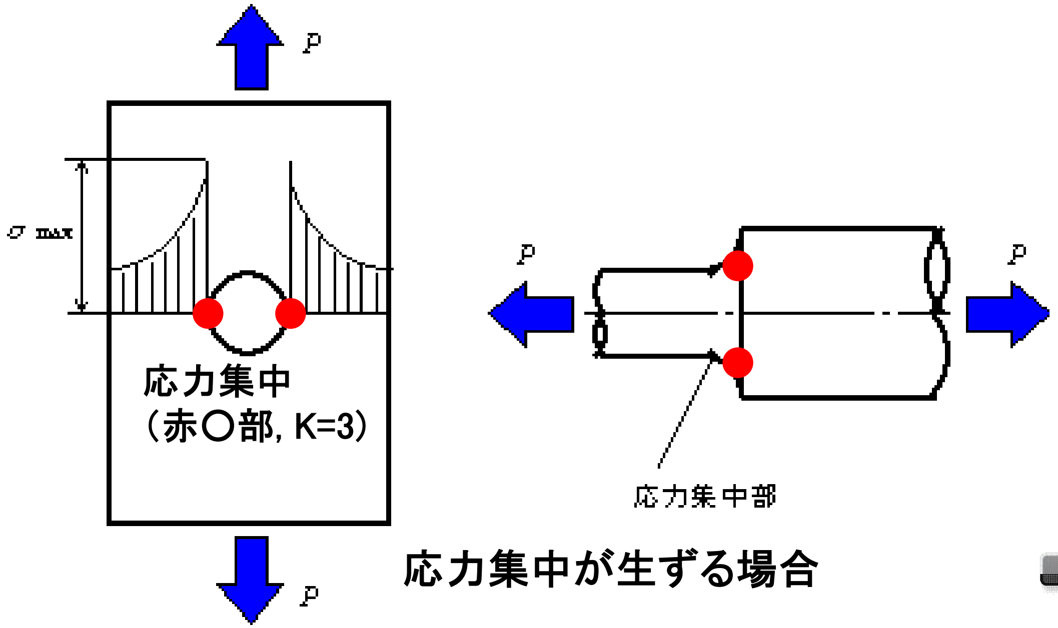
- このような場合の応力は，

  材料力学で求めた応力（平均応力）に応力集中係数Kをかけた値で応力を求める.

  Kは形状（穴や切欠き，段など）およびそれらのサイズにより変化する.（データベースから調べること）



応力集中がない場合
（均一な応力分布）



応力集中が生ずる場合

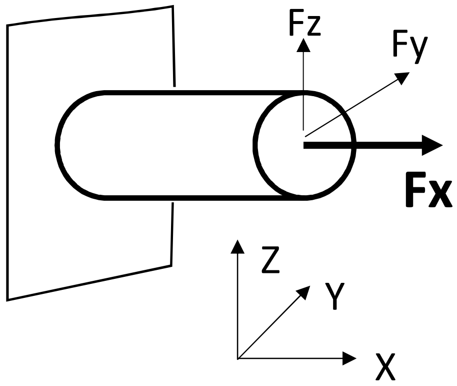
せん断とねじり（テキスト第4章）

荷重と変形形態

テキスト第3章までは、引張（圧縮）に関する問題を解きました。

下図のように壁に固定された棒があり，**荷重Fx（軸力）**を作用させると棒には引張または圧縮が生じます．

荷重（力）はベクトルなのでY，Z方向にも存在します．違う向きの荷重Fy，Fzによって棒はどのように変形するでしょうか？



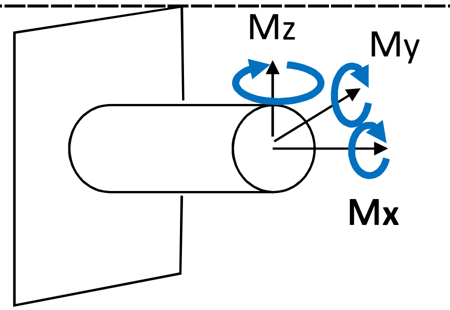
答えは，せん断と曲げです．

力は任意の方向に存在しますが，**XYZ方向に分解して考えてください**．

X成分（軸力）により引張・圧縮，YまたはZ成分によりせん断と曲げが生じます．

せん断（第4，5章），曲げ（第6，7章）は後で学びます．

第3章までは軸力（Fx）を扱いました．



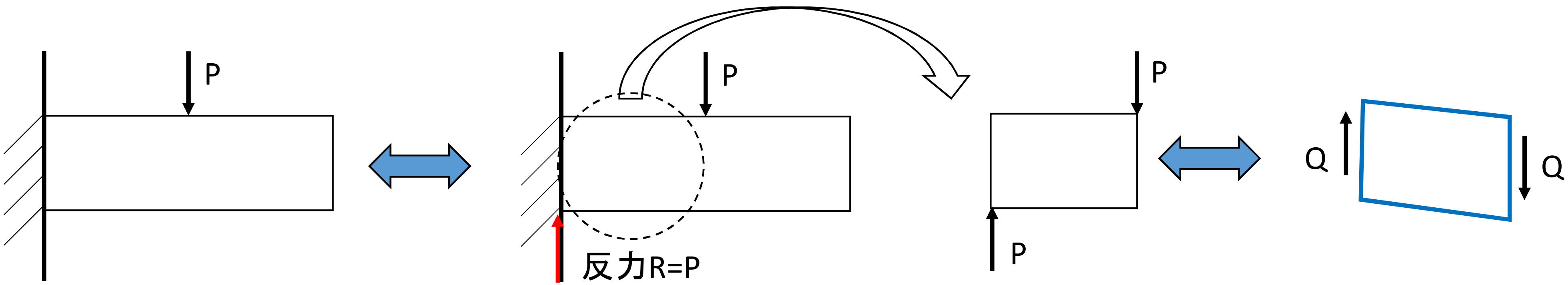
（補足）モーメントもXYZの3方向に分解できます．
各方向のモーメントによって棒にはどのような変形が生ずるでしょうか？

（答え）Mx：ねじり，My：曲げ，Mz：曲げ
モーメントによって回転に関連した変形が生じます．
（注）力はモーメントも併せて最大6個しか存在しません：Fx, Fy, Fz, Mx, My, Mz

第4章では，今までとは別の向きの荷重（せん断力）が作用した場合を扱います．

- **せん断力**：断面をずらすような軸に垂直方向に作用する力をいう．

  例　カッターやハサミで断面を切断するような力，刃物で輪切りをするような力



せん断荷重の作用
（軸と垂直方向の力Fy）

物体に作用する力
（反力も含む）

物体に微小領域に作用する力（左）と
せん断力による変形（右）
（注）断面に作用する内力はQで表示する（Q=P）

- 断面積をAとすると，断面に作用する応力はQの方向で，

  $\tau = Q/A$

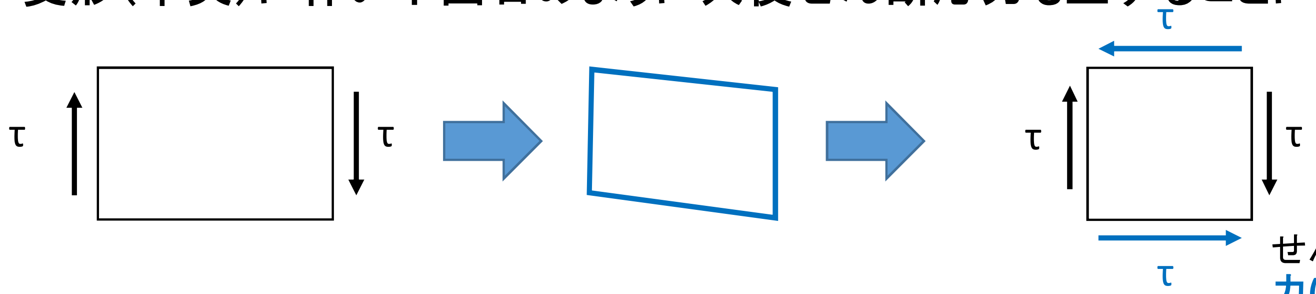
  これを**せん断応力**という（記号：τ(タウ)）

(1) せん断応力の性質 （テキストp48～49）

- **共役せん断応力**

下図（左）のようにY方向のせん断応力だけでは，回転モーメントが釣合わない．

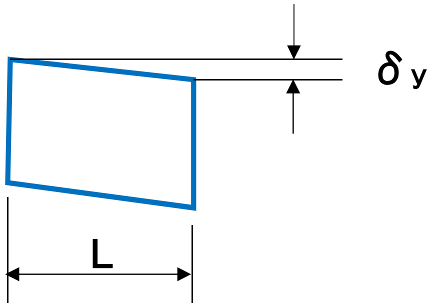
⇒変形（中央）に伴い下図右のように共役せん断応力も生ずることに注意．



せん断変形に伴い**共役せん断応力(τ)**も生ずることに注意

- **せん断ひずみ**

$\gamma = \delta y / L$



元の物体はひし形のような形状に変形する

（長さLの物体がY方向にδ y変形した場合）

- **横弾性係数**

$\tau = G\gamma$ 　せん断ひずみとせん断応力は比例する．**比例定数Gを横弾性係数**という．

（注）軸力と伸びの場合はヤング率（縦弾性係数）といった．　$\sigma = E\varepsilon$ のヤング率に相当するもの．

（理解度確認用問題）

以下のいずれの問題もせん断力が作用するケースである．せん断とはどのような現象かも把握すること．

問1　（テキスト例題4.2）

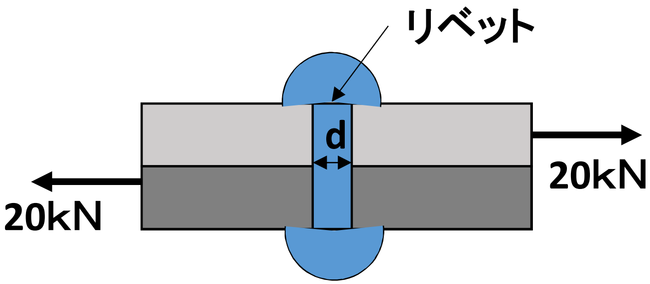
直径d=20mmのリベットで２枚の鋼板が接合されている．この板を20kNで左右に引張るとき，

リベットに生ずるせん断応力とせん断ひずみを求めなさい．なおリベットの横弾性係数Gを80 GPaとする．

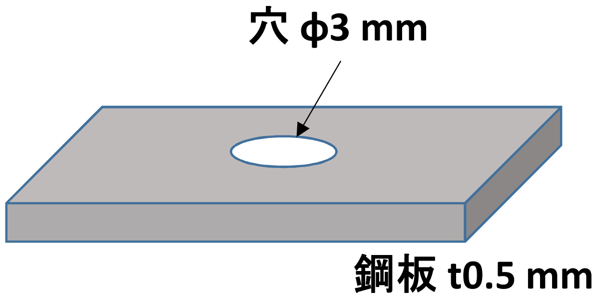
問2　（テキスト p58）

厚さ0.5mmの鋼板に直径3mmの円形穴をプレスで開ける．

板のせん断強さを400 MPaとして，穴をあけるのに必要な力を求めなさい．



問1



問2