

材料力学 I (第10回, 6/26) (テキスト第6章)

今回は第6章「曲げ」に入ります.

“曲げ”とは文字のとおり, 部材が湾曲する変形状態です.

<問>

右図のような棒があり, 一端が壁に固定されています.

この棒が曲げ変形しているとします.

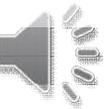
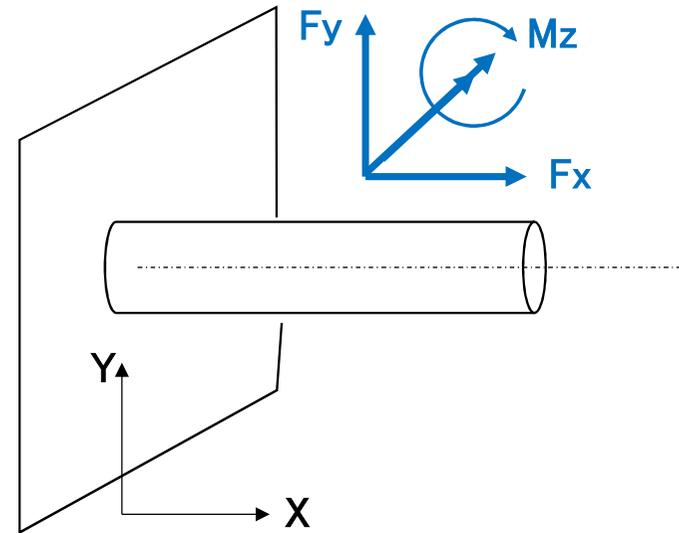
どのような荷重がどこに作用しているでしょうか.

(注)

XY平面において考えてください(2次元に限定します).

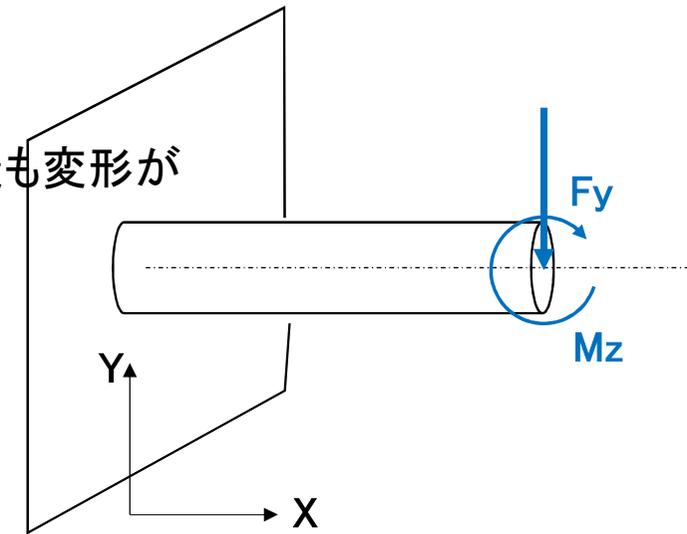
この2次元平面では, 荷重は F_x , F_y , M_z しか存在しません.

どれを, どこに作用させたらよいでしょうか?



<答>

- 右図のように先端に荷重 F_y , またはモーメント M_z を作用させることで、棒は曲げ変形します。荷重の作用位置は先端としましたが、この場合が最も変形が大きくなります。
- 荷重の作用点は、固定部以外の位置(X座標)にずらせても、それより固定部側では曲げ変形しますが、荷重点より先端側は変形せず、傾くだけの状態になります。



曲げを発生させる荷重は F_y または M_z ということは頭に入れてください。

外力や外力のモーメントを受けて曲げ変形する棒状の部材を**はり**と言います。

(注) F_y によってせん断変形も発生しますが、ここでは無視します。

F_x では引張, 圧縮となります。 M_x ではねじりとなります。

M_y でも曲げになりますが, XY平面でないので(XZ平面)扱いません

F_z でも曲げになりますが, やはりXY平面でなくなるので(XZ平面)扱いません。



1. はりの支持方法(テキストp77参照)

3つの支持方法があります。ポイントは以下の通りですが、次のページの図を見て、支持の特性や表示記号も覚えてください。

(1)固定支点

固定部では変位と傾きが拘束されます。

一端のみの固定でもはりは支持可能です。片持はりといいます。

(2)回転支点

いわゆる回転ヒンジによる支持です。

一端のみの支持では、はりは回転してしまうので、2点で支持する必要があります。

このように支持されたはりを、単純支持はりといいます。

(3)移動支点

回転支持の一種ですが、支持部はローラーで移動することができるタイプです。

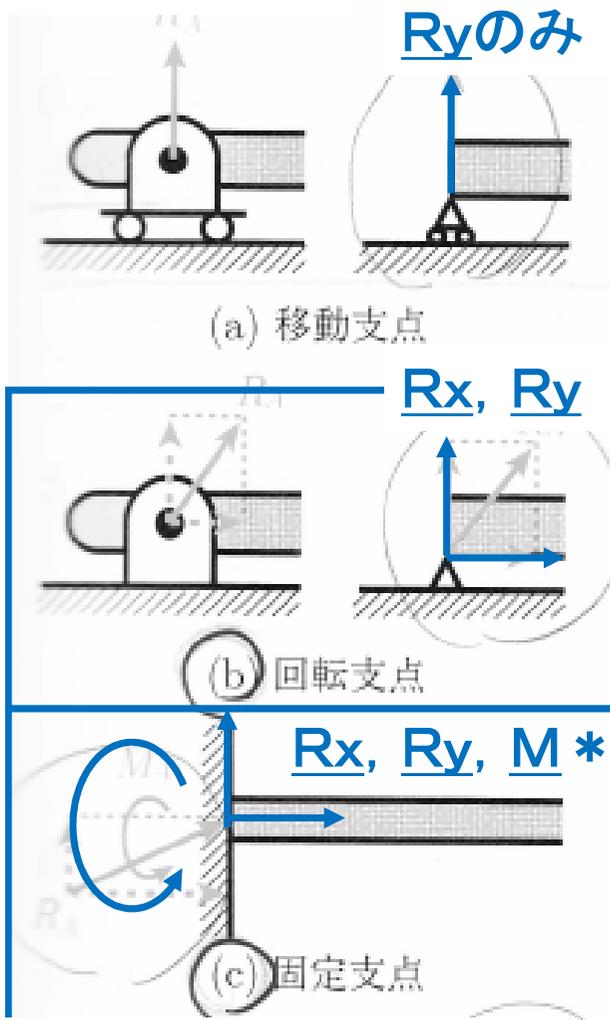


支持方法

反力も覚えてください

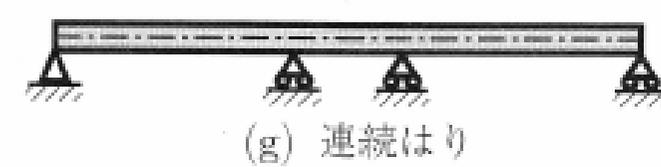
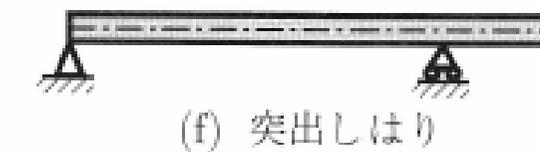
布荷重、集中荷重と外力モーメント

テキストp77参照

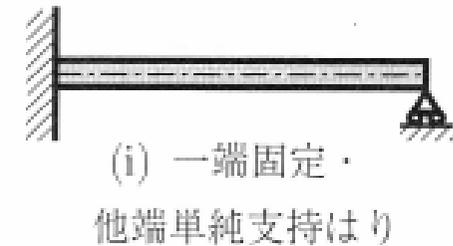


はりの名称

支持条件と反力



この2つのはりは、最も一般的で、よく問題にもできます。



* 固定の反力ではモーメントも生じます。理由は傾く(回転する)ことができないため。

図 6.2) はりの支持条件と種類



2. はりに作用する外力（テキストp77）

荷重には、**集中荷重**、**分布荷重**、**モーメント**の3つがあります。

このうち集中荷重とモーメントは、今まで使ってきたものと同じです。

今回は、**分布荷重**を覚えてください。**単位長さあたりに働く力**です。**単位(N/m)**

はりに外力として、集中荷重 P 、分布荷重 f 、外力のモーメント M_a が作用すると、はりの支点に反力や反モーメントが生じる。移動支点での支点反力は、はりの軸に垂直な方向の反力 R_y 、回転支点では軸方向の反力 R_x と垂直方向の反力 R_y 、さらに、固定支点では反力 R_x 、 R_y と反モー

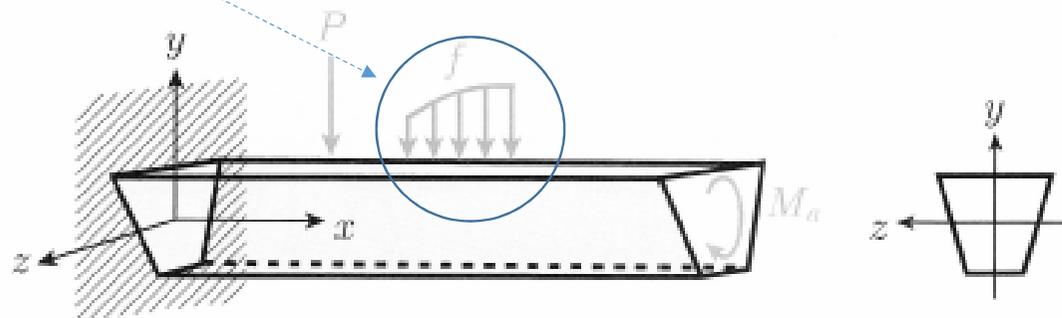


図 6.3 はりに働く荷重



分布荷重について

具体的にいえば,

(a)自重

(b)上に大きさのある物が置かれている

(c)構造物(例えば橋など)に

人や車が並んでいる, 雪が積もっている
などの場合です.

はりは, 横棒のような形態なので,
このような荷重も作用しうるわけです.

(例)

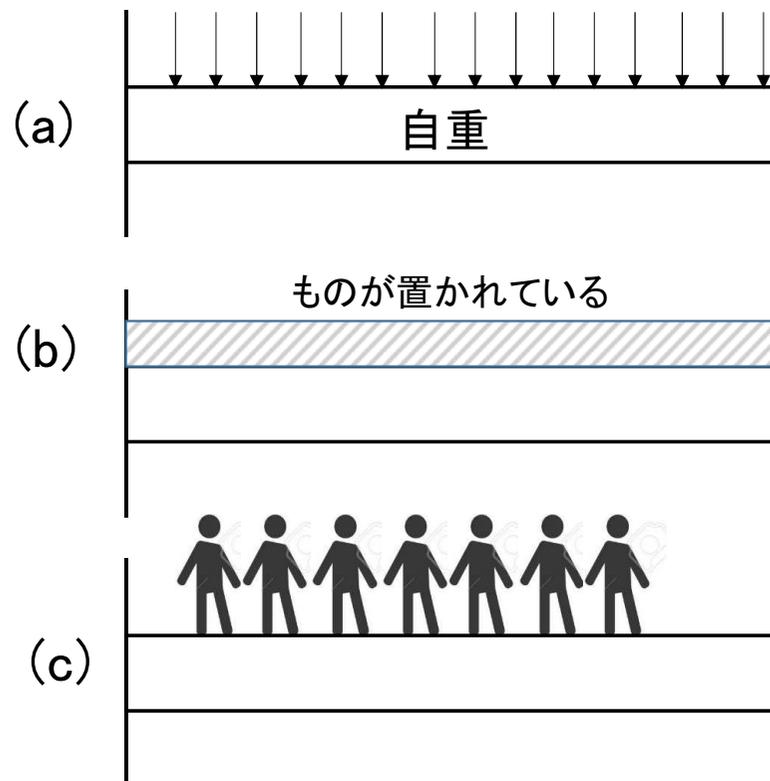
図(a)において,

はりの長さを1 m, 単位長さあたりの質量をm kgとする.

分布荷重は,

$$f = mg \quad (\text{N/m}) \quad g: \text{重力加速度}$$

分布荷重は単位長さあたりの荷重で表します. 単位(N/m) (記号:f)



分布荷重の例



3. はりに生ずる反力を求める

はりの問題を解く上での第1ステップがこれです。

反力も外力の一種なので、すべての外力を求めておく必要があります。

<求め方>

はり全体についての、

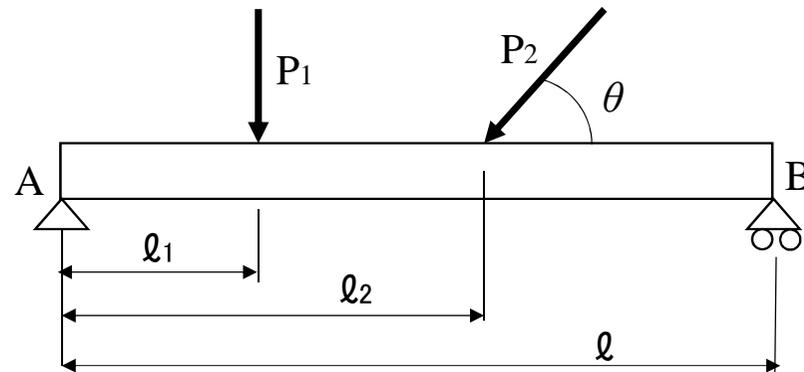
力の釣合い、モーメントの釣合いから求めます。

(注)はり全体での というところが重要です。

例題(テキストp78)

①単純支持はりの場合

以下のはりにおける反力を求めなさい。



実際に解く場合,

① 支点反力を図中に書きます.

A点ではX方向およびY方向で R_{AX} , R_{AY} ,

B点では R_{BY}

が生じます.

(注) 支持方法によって生ずる反力が異なるので,
前のスライドを見て, 確認してください.

② 力の釣合い(X方向, Y方向)

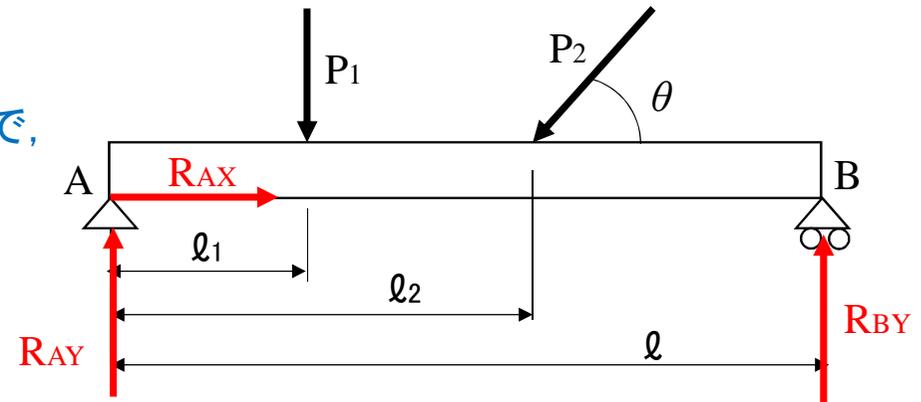
モーメントの釣合い

の式を立てます.

未知数は3つなので,

以上の3つの式から求めることができます.

(静定という状態です)



(テキストの
解答)

[解] A, B 支点で仮想的に切り離すと図 (b) の自由体が得られる。これにより各支点に作用する反力が見えるようになる。回転支点では水平および垂直方向の反力を R_{Ax}, R_{Ay} が作用する。移動支点では垂直方向の反力 R_{By} のみ作用する。

この自由体について、 x 方向の力のつり合い式から、 R_{Ax} が得られる。

$$\sum F_x = R_{Ax} - P_2 \cos \theta = 0, \quad R_{Ax} = P_2 \cos \theta$$

A 点に関する力のモーメントのつり合い、

$$\sum M_A = P_1 l_1 + P_2 l_2 \sin \theta - R_{By} l = 0$$

$$R_{By} = \frac{P_1 l_1 + P_2 l_2 \sin \theta}{l}$$

より R_{By} が求まる。 y 方向の力のつり合いから、次式によって R_{Ay} が求まる。

$$\sum F_y = R_{Ay} + R_{By} - P_1 - P_2 \sin \theta = 0$$

$$R_{Ay} = \frac{P_1(l - l_1) + P_2(l - l_2) \sin \theta}{l}$$

はりの問題では軸方向に外力が作用しない場合、軸方向 (x 軸) の力のつり合いを考える必要がない。



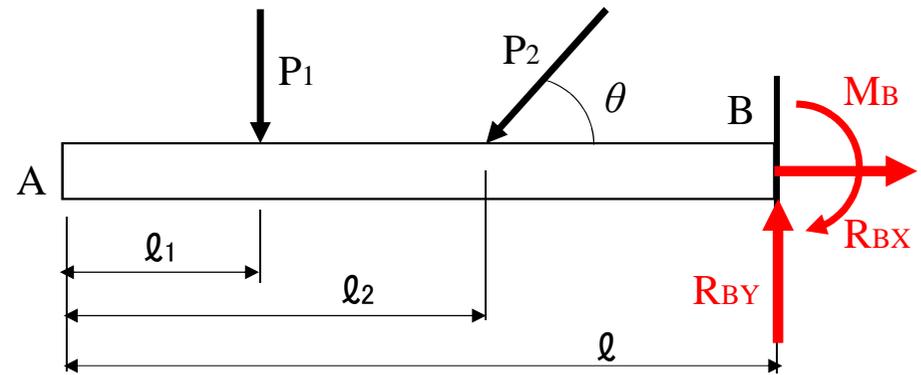
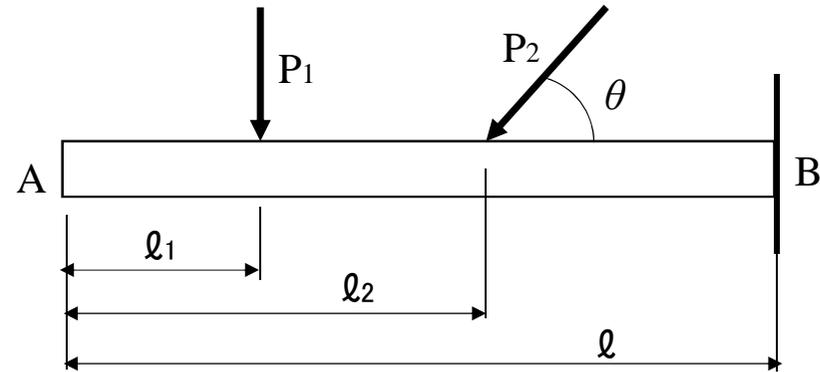
反力を求める

②固定支持の場合

固定支持の場合の反力は、
右図の R_{BY} , R_{BX} , M_B の3つです。

はり全体について、
X方向、Y方向の力の釣合い、
モーメントの釣合い
から上記の未知数を求めてください。

(解答は省略します。
各自で行ってください)



反力を求める

③単純支持—固定支持の場合

固定支持の場合の反力は、
右図の R_{AY} , R_{AX} , R_{BY} , R_{BX} , M_B の
5つです。

はり全体について、
X方向、Y方向の力の釣合い、モーメントの釣合い
では式は3つしか立てられず解けません。

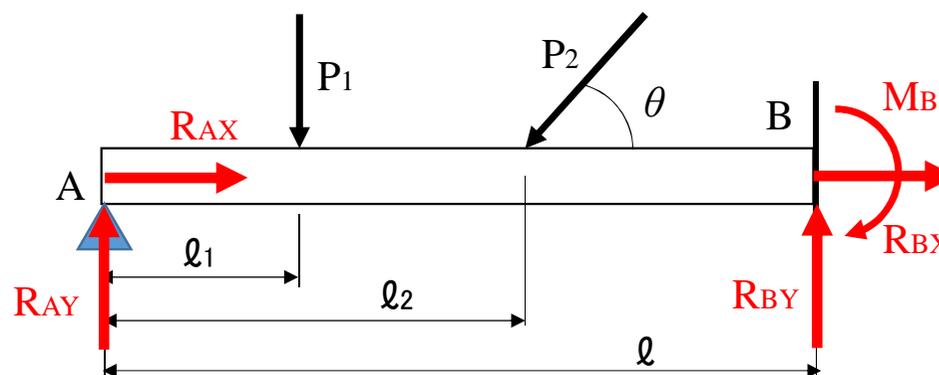
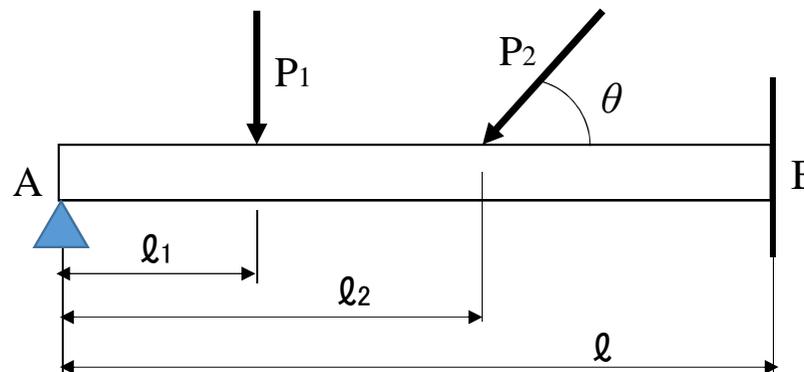
このようなはりを不静定はりと言います。

前に示した

①単純支持はりと

②片持ち梁

は静定はりと言います。



はりの問題

曲げによって生ずる変形(たわみ)や応力を求める.

<手順>

(1) 反力を求める. (今回)

(2) 部材に生ずる内力を求める

断面に生ずる内力のモーメント $M(x)$ が重要です.

(3) 内力のモーメント $M(x)$ から,

たわみ, 応力を計算する

(今回は, 上記の手順の(1)を行いました.)

<今回のポイント>

- はりの支持方法: 固定と単純支持, 生ずる反力も覚えてください.
- 片持はり, 単純支持はりはどのような支持状態か.
- 分布荷重を覚えてください.

